

PROGRAMA REGIONAL DE ENERGIA SOLAR

RO - 197

(2805)

SOLARIMETRIA Y EVALUACION ENERGETICA SOLAR

VOLUMEN II

SOLARIMETRIA Y EFECTOS HELIOTERMICOS

1983

PROLOGO

La Organización Latinoamericana de Energía, en cumplimiento de las prioridades establecidas en el Programa Latinoamericano de Cooperación Energética (PLACE) relativas a realizar la evaluación de los recursos energéticos de la Región y a promover y apoyar la capacitación técnica y la transferencia de información tecnológica en América Latina, se complace en difundir el **Manual de Solarimetría y Evaluación Energético Solar**, en sus dos tomos, "Métodos Solarimétricos" y "Solarimetría y Efectos Heliotérmicos". Esta Secretaría Permanente confía en que, con la aplicación de este Manual, se dará un impulso al desarrollo en el aprovechamiento de la energía solar en la Región, en beneficio principalmente de su medio rural.

Con estos antecedentes se pretende, en una primera instancia, el completar la elaboración de las Cartas de Climatología Solar de toda la Región, así como promover el uso de este recurso, al proporcionar una metodología de diseño conceptual de sistemas de colectores solares planos y de evaluación de los efectos térmicos en las edificaciones.

Ulises Ramírez Olmos
SECRETARIO EJECUTIVO

Quito, Febrero de 1984.

INTRODUCCION GENERAL

Antecedentes:

El Programa Latinoamericano de Cooperación Energética (PLACE) contempla entre sus prioridades la evaluación de los recursos energéticos de la Región.

La energía solar incidente en América Latina y El Caribe, es por lo tanto un recurso a evaluar. Dentro de la Región, en diferentes tiempos y bajo diversos enfoques metodológicos, se han realizado en algunos países cartas de radiación solar, con cobertura nacionales o parciales.

La necesidad de una visión global, homogénea, del recurso solar en América Latina, ha hecho que OLADE coordine un esfuerzo para obtener un resultado coherente, en lo referente a su finalidad y metodología empleada en su desarrollo y presentación.

Si bien, salvo contadas excepciones, puede afirmarse que la Región tiene una insuficiente red de medición de radiación solar, por otro lado es cierto que se cuenta con una basta información de otros parámetros climatológicos, incluidas las horas de insolación. También llamado brillo solar ó heliofanía, útiles para la estimación de la radiación solar incidente.

Conscientes de la situación económica de la Región, la realización de este trabajo se planteó sobre dos premisas básicas:

1. Desarrollar la evaluación a partir de la información meteorológica disponible, haciendo uso de métodos de estimación de la radiación solar, aprovechando la información existente que nuestros Servicios Meteorológicos Nacionales han venido recabando desde hace muchos años. El diagnóstico del resultado final, indicará la necesidad de profundizar y mejorar la información existente, recurriendo a métodos más sofisticados y necesariamente más costosos.
2. Presentar la información en cartas de radiación solar orientadas al aprovechamiento energético, es decir diseño de sistemas o aplicaciones solares.

Por otra parte, es necesario contar con una metodología accesible, para evaluar la energía útil captada por un plano colector, en base a gráficos, tablas y nomogramas que permitieran realizar un trabajo de campo al ingeniero que proyecta y construye instalaciones solares.

Los fabricantes, que desde hace varios años, producen en América Latina colectores solares para uso residencial principalmente, han incursionado en los últimos años en instalaciones para hoteles, hospitales, edificios públicos y aplicaciones industriales para proporcionar agua caliente. Este manual pretende ser una ayuda, tanto para el proyecto de esas instalaciones, como para realizar un análisis económico sobre bases más sólidas.

CONSIDERACIONES TECNICAS

La energía solar captada por un plano de colectores, depende de factores externos; la latitud del sitio que determina la duración del día solar y la inclinación de los rayos solares al medio día, lo que origina la presencia de las estaciones del año; así como de la altitud sobre el nivel del mar y las condiciones climatológicas locales que determinan la atenuación y dispersión de los rayos solares que alcanzan la superficie terrestre.

Por otra parte se debe considerar las condiciones del plano colector; la orientación, inclinación y su posición respecto a posibles obstáculos a la radiación directa, como son las montañas, edificaciones o árboles.

Al indicar en las cartas solares valores de radiación máxima promedio para el día típico de cada mes, tanto para la irradiación global como directa, permite construir para el plano captor en cuestión y para la duración real del día solar, la curva de potencia vs tiempo, cuya integral da la energía incidente, considerando incluso la presencia de obstáculos que bloqueen la componente de radiación directa.

Adaptarse a una inclinación y orientación dada, en el caso de una techumbre existente, o dar cualquier orientación que no fuera sur o norte -según el hemisferio- por causa de sombras matutinas o vespertinas, requieren del análisis y optimización de la disposición del plano de colectores.

Este manual pretende ser la herramienta ingenieril, para la evaluación energética solar, sobre cualquier plano de captación, ya sea sistemas de colectores planos o muros de edificios o viviendas para su análisis de comportamiento pasivo.

DESARROLLO Y ESTRUCTURACION DEL MANUAL

En marzo de 1983 se elaboró en OLADE una propuesta metodológica para confeccionar un texto sobre Evaluación Energética Solar, incluyendo un guión de contenido.

Se seleccionó al Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) para encomendarle el desarrollo de este manual, dada su amplia experiencia, tanto en trabajos de solarimetría física o modelada, así como en aplicaciones de tecnologías solares.

Como antecedente inmediato se tenía el informe técnico "Cálculo de la radiación solar instantánea en la República Mexicana", elaborado en 1982 para la Secretaría de Patrimonio y Fomento industrial, ^{1/} editado por el Instituto de Ingeniería.

En ese documento, sus autores, Dr. José Luis Fernández Zayas y Vicente Estrada Cajigal, proponen un sencillo algoritmo que permite calcular la magnitud de la radiación solar directa y difusa, en cualquier parte e instante del día en la República Mexicana.

^{1/} Actualmente Secretaria de Energía, Minas e Industria Paraestatal (SEMIP)

Disponer de algoritmos exactos y sencillos que permitan conocer la radiación solar instantáneas que se recibe sobre una superficie cualquiera, tanto en sus componentes directa como difusa, ha sido preocupación constante en los últimos 20 años, ya que es herramienta necesaria para el diseño de sistemas solares.

El presente trabajo va más allá del informe arriba mencionado porque proporciona la metodología no solamente para una superficie horizontal, sino para cualquier plano, es decir, considerando una cierta inclinación y orientación.

Con este trabajo se satisface en forma práctica y sencilla una vieja aspiración - y necesidad - de los ingenieros involucrados en aplicaciones de la energía solar, a partir de consideraciones de viabilidad técnico-económicas.

El 18 de enero de 1984 se hizo entrega formal del Manual, que se presenta en dos volúmenes; el primero, "Métodos Solarimétricos" donde se describen, tanto los instrumentos utilizados en la solarimetría física, así como los modelos utilizados para la estimación de la radiación solar en la superficie terrestre y el segundo volumen, "Solarimetría y Efectos Heliotérmicos", que en su primera parte describe en forma sencilla, el procedimiento del cálculo y elaboración de las cartas de radiación solar a partir de información de nubosidad y horas de brillo solar o heliofanía relativa.

La segunda parte del volumen II contiene la metodología para evaluar la energía incidente sobre cualquier plano; y si se trata de un sistema de colectores planos, evaluar la energía útil, descontando las pérdidas de calor del mismo.

La Primera Parte del Vol. 1, "Medición directa de la Radiación Solar" estuvo a cargo del Ing. Odón de Buen R. La Segunda Parte de dicho Volumen, "Modelos de Simulación", fue realizada por el Dr. José Luis Fernández Z. y Vicente Estrada-Cajigal R.

El Volumen II, "Solarimetría y Efectos Heliotérmicos", fue realizado por el Dr. José Luis Fernández Z. y el Ing. Odón de Buen R.

Al concluir, deseo dejar constancia escrita del entusiasmo y profesionalismo, de los autores de este documento, bajo la dirección del Doctor José Luis Fernández Zayas, que permitió obtener un resultado que excedió las perspectivas iniciales, al considerarse más compleja la parte correspondiente a la evaluación energética de la radiación incidente sobre cualquier plano.

EDITOR

Ing. Enrique Caldera M.

JEFE DEL PROGRAMA REGIONAL DE
ENERGÍA SOLAR Y EOLICA

INDICE

	Pág.
INTRODUCCION	11
PRIMERA PARTE. ELABORACION DE MAPAS SOLARIMETRICOS	12
1. General	12
2. Cálculo aproximado de \bar{H}	13
3. Cálculo del flujo de radiación (G)	17
SEGUNDA PARTE. CALCULO DEL EFECTO DE LA RADIACION	33
1. General	33
2. Disponibilidad de radiación	33
3. Angulo de cielo	36
4. Radiación solar sobre planos no horizontales	37
5. Magnitud de la radiación solar incidente	51
6. Efecto térmico sobre el captador	52
REFERENCIAS	89

INTRODUCCION

En estas notas se trata el tema de la estimación, o cálculo aproximado, de la radiación solar total y de sus fracciones directa y difusa, en promedios mensuales. Posteriormente, y como se presenta en la segunda parte, esta información se utiliza para evaluar el comportamiento térmico de un dispositivo, tal como un calentador solar, o de un elemento constructivo como un muro, una ventana o un techo.

Los dos temas anteriores son tratados con amplitud en otros trabajos: el procedimiento para construir cartas solarimétricas en {1}* y el desarrollo del análisis de dispositivos calentados por el Sol en {1}, {3} y {4}. En esos trabajos, también desarrollados para OLADE, se hace una mención de las investigaciones recientes sobre el tema, se plantean las bases teóricas del análisis y se presentan ecuaciones y otras relaciones funcionales, para estudiar la magnitud y el efecto térmico de la radiación solar.

Frecuentemente, el usuario de esa información deseará hacer cálculos de la radiación solar y/o de su efecto calentador, y deseará contar con una presentación resumida de las técnicas a usar. A este usuario, a quien el bagage de discusiones teóricas de las refs {1} a {4} resulte de interés secundario, pero quien desea disponer rápidamente de esas técnicas, se ofrecen estas notas.

Por otro lado, en los trabajos {1} a {4} se hace uso frecuente de modelos matemáticos que deben resolverse por medio de computadora.

Aquí se presenta la información reducida a tablas, gráficas y ábacos o nomogramas para hacer más rápido el cálculo y más sistemática la presentación.

* Nota: Ver lista de referencias bibliográficas al final.

PRIMERA PARTE. ELABORACION DE MAPAS SOLARIMETRICOS

1. General

Se define aquí un *mapa solarimétrico* como aquél mapa geográfico de una región particular (país, subcontinente, etc) en donde se vacían los valores medios mensuales de la radiación solar recibida sobre el plano horizontal. Luego, mediante técnicas de trazado de isolíneas, se dibujan curvas de igual nivel de radiación solar.

El trazado de las isolíneas es más un arte que una ciencia. Dada la dependencia geográfica de la magnitud de la radiación solar, {1}, el trazo de isolíneas entre dos puntos de radiación solar conocida debe seguir un camino lógico desde el punto de vista geográfico. Dado que la precisión del método depende de la frecuencia de puntos de radiación conocida, conviene definir la radiación solar de tantos puntos geográficos como sea posible. La interpolación con isolíneas, sin embargo, seguirá siendo siempre labor con gran carga subjetiva. Por este moti-

VO, esta sección se dedica sobre todo a definir la forma de calcular la radiación solar de puntos geográficos con algunas características meteorológicas preestablecidas.

Recordando la ec 27 de la ref {1}, cuando no se conoce el número medio de horas diarias de insolación en el mes, \bar{n} , este puede estimarse en forma aproximada. Las notas siguientes se refieren a este caso. Por supuesto, cuando \bar{n} sea medido en un observatorio meteorológico mediante aparatos solarimétricos adecuados como los descritos en la ref {5}, su cálculo aproximado será innecesario. A partir del cálculo aproximado de \bar{n} se inicia la presentación siguiente.

2. Cálculo aproximado de \bar{H}

Primeramente se reescribe la ec 27 de la ref {1}

$$\frac{\bar{n}}{\bar{N}} = \frac{x+0.5y}{M} \left(1-0.2 \frac{r}{M}\right) \left(1-0.33 \frac{v}{M}\right)$$

donde x es el número de días despejados en el mes, y es el número de días no despejados, M es el total de días ($M = x+y$), r es el número de días lluviosos y v es el número de días con neblina. Con estos datos y con el valor de \bar{N} se obtiene \bar{n} , la fracción de aquellas horas del día en que la radiación solar directa es apreciable. Sin embargo, y para los fines que aquí interesan, no es necesario conocer \bar{n} y basta expresar el resultado como \bar{n}/\bar{N}

Ejemplo 1: Para una localidad determinada, en el mes de agosto se contaron 8 días despejados; llovió apreciablemente en 12 días y hubo neblina 6 días. Calcular \bar{n}/\bar{N} .

Solución: Para agosto, $M = 31$. De los datos, $x = 8$, $y = 31 - 8 = 23$. Sustituyendo,

$$\begin{aligned}\frac{\bar{n}}{\bar{N}} &= \frac{8 + 0.5 \times 23}{31} \left(1 - 0.2 \times \frac{12}{31}\right) \left(1 - 0.33 \times \frac{6}{31}\right) \\ &= 0.629 (0.9226) (0.9361) = 0.5433 \\ \therefore \frac{\bar{n}}{\bar{N}} &= 0.5433 \text{ (Res.)}\end{aligned}$$

El resultado indica que hay radiación directa apreciable en un poco más que el 54% de las horas en que hay sol.

Del cálculo anterior se conoce ahora \bar{n}/\bar{N} . Con este valor se entra a la fig 1 de donde se obtiene ahora un valor de \bar{H}/\bar{H}_0 .

Ejemplo 2: Con el valor de $\bar{n}/\bar{N} = 0.5433$ del ejemplo anterior, en la fig 1 se coloca este valor en el eje horizontal.

Solución: Trazando una vertical desde este punto hasta intersectar la recta, y de ahí trazando una horizontal al eje vertical, se lee $\bar{H}/\bar{H}_0 = 0.52$ (Res.)

Recuérdese que el objetivo es conocer \bar{H} . Para ello debe calcularse el valor de la radiación extraterrestre, \bar{H}_0 , y multiplicarse por el valor de \bar{H}/\bar{H}_0 . Repitiendo la ec 23 de la ref {1}, donde se define \bar{H}_0 ,

$$\begin{aligned}(\bar{H}_0)_{nd} &= \frac{24}{\pi} \times 3600 G_{CS} \{1 + 0.033 \cos(360 n_d / 365)\} \times \\ &\quad \left\{ \cos\phi \cos\delta \sin \omega_s + \frac{2\pi\omega_s}{360} \sin\phi \sin\delta \right\}\end{aligned}$$

donde n_d es el número del día del año en cuestión ($n_d = 1, 2, \dots, 365$), G_{CS} es la constante solar ($G_{CS} = 1.353 \text{ kw/m}^2$) y los ángulos ϕ , δ y

ω_s son respectivamente la latitud, la declinación solar y el ángulo horario al alba. Para el caso que nos interesa, n_d debe ser el día medio en el mes de interés. Este día medio es aquel en el cual \bar{H}_o toma un valor mensual medio. La tabla 1 proporciona valores del día medio de cada mes, \bar{n}_d . Este valor permite resolver la ecuación hasta el primer paréntesis cuadrado. Este término también puede leerse en la tabla 1.

La latitud ϕ se considera positiva en el hemisferio norte y negativa en el sur. Si no se conoce con precisión la latitud del sitio de interés, puede obtenerse en forma aproximada del mapa de la fig 2. La tabla 2 enlista las latitudes de algunas capitales latinoamericanas. La tabla 3 incluye el número de días acumulados de modo que el cálculo de n_d se simplifica.

La tabla 4 lista las declinaciones para cada día del año. Adicionalmente, puede observarse en la ecuación que el término $2\pi\omega_s/360$ es la conversión a radianes del ángulo ω_s . Algunos valores típicos se ilustran en la tabla 5.

La definición de ω_s el ángulo horario al alba, es tal que se relaciona con N , el número de horas en el día solar, por

$$N = 2\omega_s/15$$

Así, se puede calcular ω_s obteniendo N de la tabla 1 y multiplicándolo por $15/2$.

Ejemplo 3: Calcular el ángulo horario al alba, ω_s , en la ciudad de Managua para el día medio del mes de agosto.

Solución: De la tabla 2 se obtiene la latitud de Managua, que es positiva por estar en el hemisferio norte

$$\phi = 12.5^\circ$$

En la tabla 1, se leen dos valores de N entre los cuales está el buscado, en agosto

$$N = 12.26 \text{ para } \phi = 8^\circ$$

$$N = 12.52 \text{ para } \phi = 16^\circ$$

El valor buscado de N se encuentra por interpolación como sigue, para la latitud de 12.5

$$N_{12.5} = 12.26 + \frac{12.52-12.26}{8} (12.5-8)$$

$$N_{12.5} = 12.41 \text{ horas}$$

donde el divisor 8 es la diferencia en latitudes en la tabla 1 (16-8 = 8).

El valor deseado del ángulo ω_s es, entonces,

$$\omega_s = 12.41 \times \frac{15}{2} = 93.08^\circ \quad (\text{Res.})$$

Ahora pueden usarse los resultados de los ejemplos precedentes para ilustrar la obtención del valor de \bar{H} .

Ejemplo 4: Supóngase que los resultados de los ejemplos 1 y 2 son aplicables a Managua, Nicaragua, el mes de agosto. Calcúlese el valor de \bar{H} correspondiente.

Solución: Es necesario calcular la radiación extraterrestre,

\bar{H}_0 , y multiplicarla por el resultado del ejemplo 2. Tomando el día $n_d = 228$ como indica la tabla 1 y el valor del primer término de la ecuación de la última columna de esa tabla, y leyendo el valor de la declinación $\delta = 13.45^\circ$ de la tabla 4, la ecuación se resuelve para el valor de ω_s recién encontrado en el ejemplo 3 como sigue:

$$\begin{aligned} (\bar{H}_0)_{228} &= 37\,517.2543 (\cos 12.5 \cos 13.454 \operatorname{sen} 93.08 \\ &+ \frac{2\pi \times 93.08}{360} \operatorname{sen} 12.5 \operatorname{sen} 13.454) \\ &= 38\,640.5557 \text{ kJ/m}^2 \end{aligned}$$

Claramente esta operación es laboriosa y requiere de cierta práctica en el uso de calculadora y de tablas de funciones trigonométricas para resolverse. El resultado buscado se obtiene de multiplicar este dato por el resultado del ejemplo 2, $\bar{H}/\bar{H}_0 = 0.52$

$$\begin{aligned} \bar{H} &= 0.52 \times 38\,640.5557 \\ &= 20\,093 \text{ kJ/m} \quad (\text{Res.}) \end{aligned}$$

Se redondea el resultado dada la imprecisión esperada en el valor de \bar{H}/\bar{H}_0 .

Con este procedimiento se obtienen valores de \bar{H} para cada mes del año y para cada región. Entre esos puntos se trazan isolíneas y se obtienen, finalmente, los mapas solarimétricos deseados.

3. Cálculo del flujo de radiación (G)

Ocasionalmente se tendrán datos de la duración de la radiación solar directa apreciable, o *heliofanía*, de instrumentos de medición tales

como el solarímetro tipo Campbell-Stokes, ver ref {5}. En ese caso, las horas así medidas, en promedio mensual, se vuelven el valor \bar{n} . Dividiendo este valor entre las horas del día de la tabla 1 se tiene el valor de \bar{n}/\bar{N} necesario para entrar a la fig 1 y proseguir el cálculo.

Algunos autores prefieren hacer mapas solarimétricos, ya no con el valor de \bar{H} , que representa el total de energía incidente sobre el plano horizontal a lo largo del día (en kJ/m^2), sino en términos del valor del flujo de radiación máximo (en kw/m^2) que se tiene al mediodía cuando el sol está en la posición más alta de su trayectoria. Para ello, se divide el valor de \bar{H} entre el número de horas \bar{N} de la tabla 1 y se multiplica por la constante 1.6647 (ver ref {1}) como se ilustra en seguida. Se divide todo entre 3600 por homogeneidad de las unidades.

Ejemplo 5: Calcular el valor máximo del flujo de radiación solar, \bar{G}_M , medio, para los datos del ejemplo 4.

Solución:

$$\begin{aligned}\bar{G}_M &= \frac{20\ 093}{12.41} \times \frac{1.6647}{3600} \\ &= 0.7487 \text{ kw/m}^2 \quad (\text{Res.})\end{aligned}$$

Las imprecisiones acumuladas acarrearán una incertidumbre de un 15%, en más y en menos, con respecto al resultado anterior. Tal vez fuese mejor redondearlo y escribir

$$\bar{G}_M = 0.75 \pm 0.11 \text{ kw/m}^2$$

Ocasionalmente se desea conocer, de la magnitud anterior, qué tanto co

responde a radiación directa y qué tanto a difusa. Para ello, primeramente se llamará \bar{K}_t al resultado de \bar{H}/H_o . El subíndice t se refiere a que el cociente expresa la radiación total, o global, esto es, la suma de las fracciones directa y difusa. Se puede también definir la fracción difusa como una función de la total, es decir, \bar{K}_d es una función de \bar{K}_t , como muestra la ecuación 29 de la ref {1}. Esta función está tabulada en la tabla 6. El valor máximo de la fracción directa de la radiación solar, entonces, resulta ser \bar{G}_{bM} dada por

$$\bar{G}_{bM} = \frac{1.7972}{3\ 600} \cdot \frac{\bar{H}}{N} (1 - \bar{K}_d)$$

Ejemplo 6: Calcular el valor máximo de la radiación solar directa, \bar{G}_{bM} , para el ejemplo anterior.

Solución: Dado que en este caso, $\bar{K}_t = \frac{\bar{H}}{H_o} = 0.52$, de la tabla 6 se interpola para obtener

$$\text{si } \bar{K}_t = 0.5 \text{ se tiene } \bar{K}_d = 0.3707$$

$$\text{si } \bar{K}_t = 0.55 \text{ se tiene } \bar{K}_d = 0.3312$$

$$K_{d_{0.52}} = 0.3703 - \frac{0.3707 - 0.3312}{0.05} \times 0.02 = 0.3545$$

$$\text{O sea, } \bar{K}_d = 0.3545 \text{ para } \bar{K}_t = 0.52$$

(Nota: la solución exacta de la ecuación 29 de la ref {1} es 0.3549, un error del 1 al millar al interpolar).

En la ecuación que define \bar{G}_{bM} se tiene

$$\begin{aligned} \bar{G}_{bM} &= \frac{1.7972}{3\ 600} \times \frac{20\ 093}{12.41} (1 - 0.3549) \\ &= 0.521 \text{ kw/m}^2 \quad (\text{Res.}) \end{aligned}$$

Esto indica que, de los 748.7 W/m^2 que indican globalmente al mediodía sobre un plano horizontal, 521 corresponden a radiación directa y $748.7 - 521 = 227.7 \text{ w/m}^2$ a la difusa.

Los ejemplos anteriores ilustran la forma de procesar la información, a partir del conocimiento de \bar{H} , para presentarla en mapas solarimétricos. Las figs 3, 4 y 5, tomadas de {1}, correspondientes al mes de marzo para México, muestran un resultado de este método. La fig 3 grafica \bar{H} (aunque expresado en langleys, no en kJ/m^2) mientras las figs 4 y 5 muestran respectivamente \bar{G}_M y \bar{G}_{bM} . Al empleo de esta información se dedica la sección siguiente, donde puede verse más claramente la conveniencia de hacer los mapas con valores de \bar{G} .

TABLA 1
DIA PROMEDIO PARA CADA MES Y VALORES CORRESPONDIENTES
DE LA DURACION DEL DIA SOLAR, N.

MES	DIA PROMEDIO DEL MES	DIA DEL AÑO CORRESPONDIENTE n_d	$\frac{24}{\pi} 3600 G_{sc} \{1 + 0.033 \cos (360 n_d/365)\}$
ENE	17	17	36 608.8824
FEB	16	47	36 326.596
MAR	16	75	37 387.7241
ABR	15	105	35 989.6965
MAY	15	135	37 650.6902
JUN	11	162	36 099.3209
JUL	17	198	38 282.3984
AGO	16	228	37 517.2543
SEP	15	258	35 982.1578
OCT	15	288	37 524.9792
NOV	14	318	38 278.485
DIC	10	344	38 438.0053

Valores medios de N para el día n_d *

MES	n_d	Hemisferio Norte					Hemisferio Sur				
		$\phi = 8^\circ$	$\phi = 16^\circ$	$\phi = 24^\circ$	$\phi = 32^\circ$	$\phi = 40^\circ$	$\phi = -8^\circ$	$\phi = -16^\circ$	$\phi = -24^\circ$	$\phi = -32^\circ$	$\phi = -40^\circ$
ENE	17	11.60	11.16	10.69	10.16	9.51	12.41	12.84	13.31	13.84	14.49
FEB	47	11.75	11.50	11.22	10.90	10.52	12.25	12.50	12.78	13.10	13.48
MAR	75	11.95	11.91	11.86	11.80	11.73	12.05	12.09	12.14	12.20	12.27
ABR	105	12.18	12.36	12.56	12.79	13.07	11.82	11.64	11.44	11.21	10.93
MAY	135	12.37	12.75	13.16	13.64	14.21	11.63	11.25	10.84	10.36	9.79
JUN	162	12.46	12.94	13.46	14.06	14.79	11.54	11.06	10.54	9.94	9.21
JUL	198	12.42	12.85	13.32	13.87	14.53	11.58	11.15	10.68	10.13	9.47
AGO	228	12.26	12.52	12.82	13.15	13.54	11.74	11.48	11.19	10.85	10.46
SEP	258	12.04	12.08	12.13	12.18	12.25	11.96	11.92	11.87	11.82	11.75
OCT	288	11.81	11.63	11.42	11.19	10.91	12.18	12.37	12.58	12.81	13.09
NOV	318	11.63	11.25	10.83	10.35	9.77	12.37	12.75	13.17	13.65	14.23
DIC	344	11.54	11.07	10.54	9.94	9.21	12.46	12.93	13.46	14.06	14.79

* NOTA: Para $\phi = 0$, $N = 12$ para todos los días del año.

Tabla 2. Latitud de las capitales de los países de América Latina continental y de algunas islas caribeñas.

PAIS	CAPITAL	LATITUD (redondeada)
CUBA	LA HABANA	23.0 N
MEXICO	DISTRITO FEDERAL	19.0 N
HAITI	PUERTO PRINCIPE	18.0 N
JAMAICA	KINGSTON	17.5 N
REP. DOMINICANA	SANTO DOMINGO	18.0 N
GUATEMALA	GUATEMALA	14.5 N
HONDURAS	TEGUCIGALPA	14.0 N
EL SALVADOR	SAN SALVADOR	13.5 N
NICARAGUA	MANAGUA	12.5 N
VENEZUELA	CARACAS	10.0 N
COSTA RICA	SAN JOSE	9.5 N
PANAMA	PANAMA	9.0 N
GUYANA	GEORGETOWN	6.5 N
SURINAM	PARAMARIBE	5.3 N
COLOMBIA	BOGOTA	4.8 N
ECUADOR	QUITO	0 N
PERU	LIMA	12.5 S
BRASIL	BRASILIA	16.0 S
BOLIVIA	LA PAZ	17.0 S
PARAGUAY	ASUNCION	26.0 S
CHILE	SANTIAGO	34.0 S
URUGUAY	MONTEVIDEO	35.0 S
ARGENTINA	BUENOS AIRES	35.0 S

Tabla 3. Para tener el número de día del año sumar el día del mes a los días acumulados hasta el último día del mes anterior.

Nº	MES	Días en el mes	Días acumulados hasta el último día del mes anterior	
			Año no bisiesto	Año bisiesto**
1	ENERO	31	0	0
2	FEBRERO	28*	31	31
3	MARZO	31	59	60
4	ABRIL	30	90	91
5	MAYO	31	120	121
6	JUNIO	30	151	152
7	JULIO	31	181	182
8	AGOSTO	31	212	213
9	SEPTIEMBRE	30	243	244
10	OCTUBRE	31	273	274
11	NOVIEMBRE	30	304	305
12	DICIEMBRE	31	334	335

- Ejemplo: 18 mayo de 1984
- 1984 es año bisiesto
 - Para mayo en año bisiesto se tienen 121 acumulados hasta el último día del mes anterior
 - $n = 121 + 18 = 139$

* 29 días para año bisiesto

** Años bisiestos: 1984, 1988, 1992, 1996, 2000

Tabla 4. Declinaciones

n_d	δ								
1	-23.012	61	-7.915	121	14.901	181	23.184	241	8.856
2	-22.931	62	-7.534	122	15.21	182	23.12	242	8.481
3	-22.843	63	-7.151	123	15.515	183	23.049	243	8.104
4	-22.748	64	-6.765	124	15.815	184	22.971	244	7.724
5	-22.647	65	-6.378	125	16.111	185	22.887	245	7.341
6	-22.539	66	-5.988	126	16.402	186	22.796	246	6.957
7	-22.424	67	-5.597	127	16.688	187	22.698	247	6.57
8	-22.303	68	-5.204	128	16.969	188	22.593	248	6.182
9	-22.175	69	-4.81	129	17.245	189	22.481	249	5.792
10	-22.04	70	-4.414	130	17.516	190	22.363	250	5.4
11	-21.899	71	-4.017	131	17.782	191	22.238	251	5.006
12	-21.751	72	-3.619	132	18.043	192	22.107	252	4.611
13	-21.597	73	-3.219	133	18.298	193	21.969	253	4.215
14	-21.437	74	-2.819	134	18.547	194	21.825	254	3.817
15	-21.27	75	-2.418	135	18.792	195	21.674	255	3.418
16	-21.097	76	-2.016	136	19.03	196	21.517	256	3.018
17	-20.917	77	-1.614	137	19.263	197	21.353	257	2.617
18	-20.732	78	-1.211	138	19.491	198	21.183	258	2.216
19	-20.54	79	-.807	139	19.712	199	21.007	259	1.814
20	-20.342	80	-.404	140	19.928	200	20.824	260	1.411
21	-20.138	81	0	141	20.138	201	20.636	261	1.008
22	-19.929	82	.403	142	20.342	202	20.441	262	.604
23	-19.713	83	.807	143	20.539	203	20.24	263	.201
24	-19.491	84	1.21	144	20.731	204	20.033	264	-.203
25	-19.264	85	1.613	145	20.917	205	19.82	265	-.606
26	-19.031	86	2.016	146	21.096	206	19.602	266	-1.01
27	-18.792	87	2.418	147	21.269	207	19.377	267	-1.413
28	-18.548	88	2.819	148	21.436	208	19.147	268	-1.816
29	-18.298	89	3.219	149	21.596	209	18.911	269	-2.218
30	-18.043	90	3.618	150	21.751	210	18.67	270	-2.619
31	-17.783	91	4.017	151	21.898	211	18.423	271	-3.02
32	-17.517	92	4.414	152	22.039	212	18.17	272	-3.42
33	-17.246	93	4.81	153	22.174	213	17.912	273	-3.819
34	-16.97	94	5.204	154	22.302	214	17.649	274	-4.217
35	-16.689	95	5.597	155	22.423	215	17.381	275	-4.613
36	-16.403	96	5.988	156	22.538	216	17.107	276	-5.008
37	-16.112	97	6.377	157	22.646	217	16.829	277	-5.402
38	-15.816	98	6.765	158	22.748	218	16.545	278	-5.794
39	-15.516	99	7.15	159	22.842	219	16.257	279	-6.184
40	-15.211	100	7.534	160	22.93	220	15.963	280	-6.572
41	-14.901	101	7.915	161	23.011	221	15.665	281	-6.959
42	-14.587	102	8.294	162	23.085	222	15.363	282	-7.343
43	-14.269	103	8.67	163	23.153	223	15.055	283	-7.726
44	-13.947	104	9.044	164	23.213	224	14.744	284	-8.106
45	-13.62	105	9.415	165	23.267	225	14.428	285	-8.483
46	-13.289	106	9.783	166	23.314	226	14.107	286	-8.858
47	-12.955	107	10.148	167	23.354	227	13.783	287	-9.231
48	-12.616	108	10.511	168	23.387	228	13.454	288	-9.6
49	-12.274	109	10.87	169	23.413	229	13.121	289	-9.967
50	-11.929	110	11.226	170	23.432	230	12.785	290	-10.331
51	-11.579	111	11.579	171	23.444	231	12.445	291	-10.692
52	-11.227	112	11.928	172	23.449	232	12.101	292	-11.05
53	-10.87	113	12.274	173	23.448	233	11.753	293	-11.404
54	-10.511	114	12.616	174	23.439	234	11.402	294	-11.755
55	-10.149	115	12.954	175	23.423	235	11.048	295	-12.103
56	-9.783	116	13.289	176	23.401	236	10.69	296	-12.447
57	-9.415	117	13.62	177	23.371	237	10.329	297	-12.787
58	-9.044	118	13.946	178	23.335	238	9.965	298	-13.123
59	-8.67	119	14.269	179	23.291	239	9.593	299	-13.456
60	-8.294	120	14.587	180	23.241	240	9.229	300	-13.785

n_d	δ	n_d	δ
301	-14.109	361	-23.315
302	-14.429	362	-23.268
303	-14.745	363	-23.214
304	-15.057	364	-23.154
305	-15.364	365	-23.086
306	-15.667		
307	-15.965		
308	-16.258		
309	-16.547		
310	-16.83		
311	-17.109		
312	-17.383		
313	-17.651		
314	-17.914		
315	-18.172		
316	-18.424		
317	-18.671		
318	-18.913		
319	-19.149		
320	-19.379		
321	-19.603		
322	-19.822		
323	-20.035		
324	-20.241		
325	-20.442		
326	-20.637		
327	-20.826		
328	-21.008		
329	-21.184		
330	-21.354		
331	-21.518		
332	-21.675		
333	-21.826		
334	-21.971		
335	-22.108		
336	-22.24		
337	-22.364		
338	-22.483		
339	-22.594		
340	-22.699		
341	-22.797		
342	-22.888		
343	-22.973		
344	-23.05		
345	-23.121		
346	-23.185		
347	-23.242		
348	-23.292		
349	-23.336		
350	-23.372		
351	-23.402		
352	-23.424		
353	-23.44		
354	-23.449		
355	-23.45		
356	-23.445		
357	-23.433		
358	-23.414		
359	-23.388		
360	-23.355		

Tabla 5. Conversión de grados a radianes

Grados (ω_s)	Radianes ($2\pi\omega_s/360$)
0	0
5	.08726
10	.17453
15	.2618
20	.34906
25	.43633
30	.5236
35	.61086
40	.69813
45	.7854
50	.87266
55	.95993
60	1.0472
65	1.1344
70	1.2217
75	1.309
80	1.3962
85	1.4835
90	1.5708
95	1.6580
100	1.7453
105	1.8326
110	1.9198
115	2.0071
120	2.0944

Tabla 6. Relación de valores de la fracción difusa de radiación efectiva, \bar{K}_d , como función de la total, \bar{K}_t .

\bar{K}_t	\bar{K}_d
.15	.8999
.2	.7809
.25	.6803
.3	.5957
.35	.5248
.4	.4652
.45	.4146
.5	.3707
.55	.3311
.6	.2936
.65	.2557
.7	.2152
.75	.1697
.80	.1169
.85	.0544

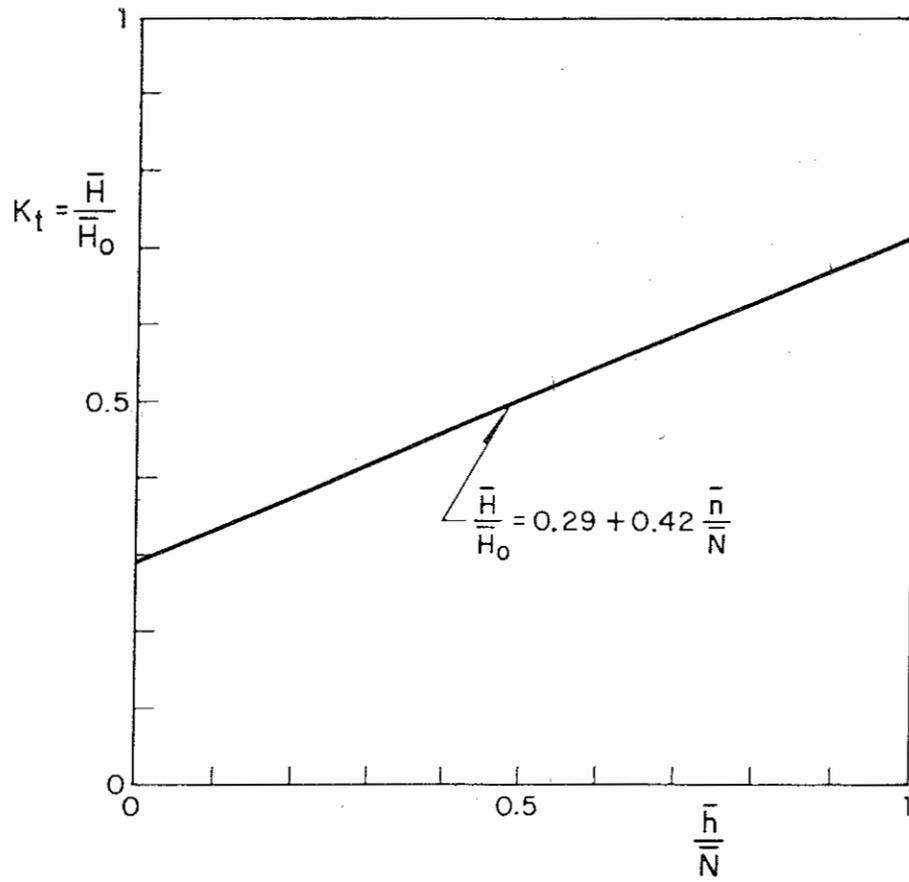


Fig 1. Representación gráfica de la relación de la insolación global efectiva y las horas de insolación

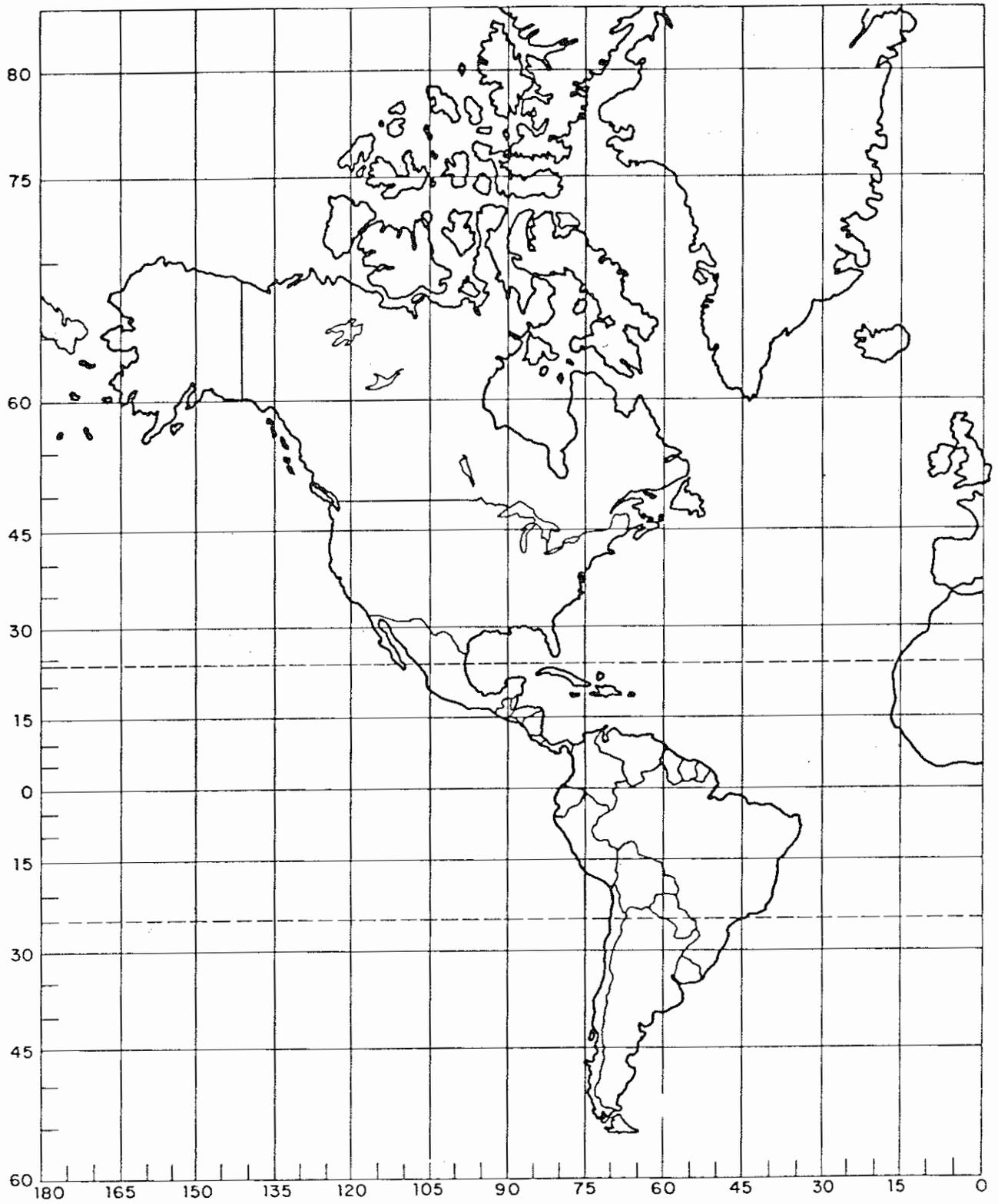


Fig 2 Mapa del Continente Americano, con latitudes

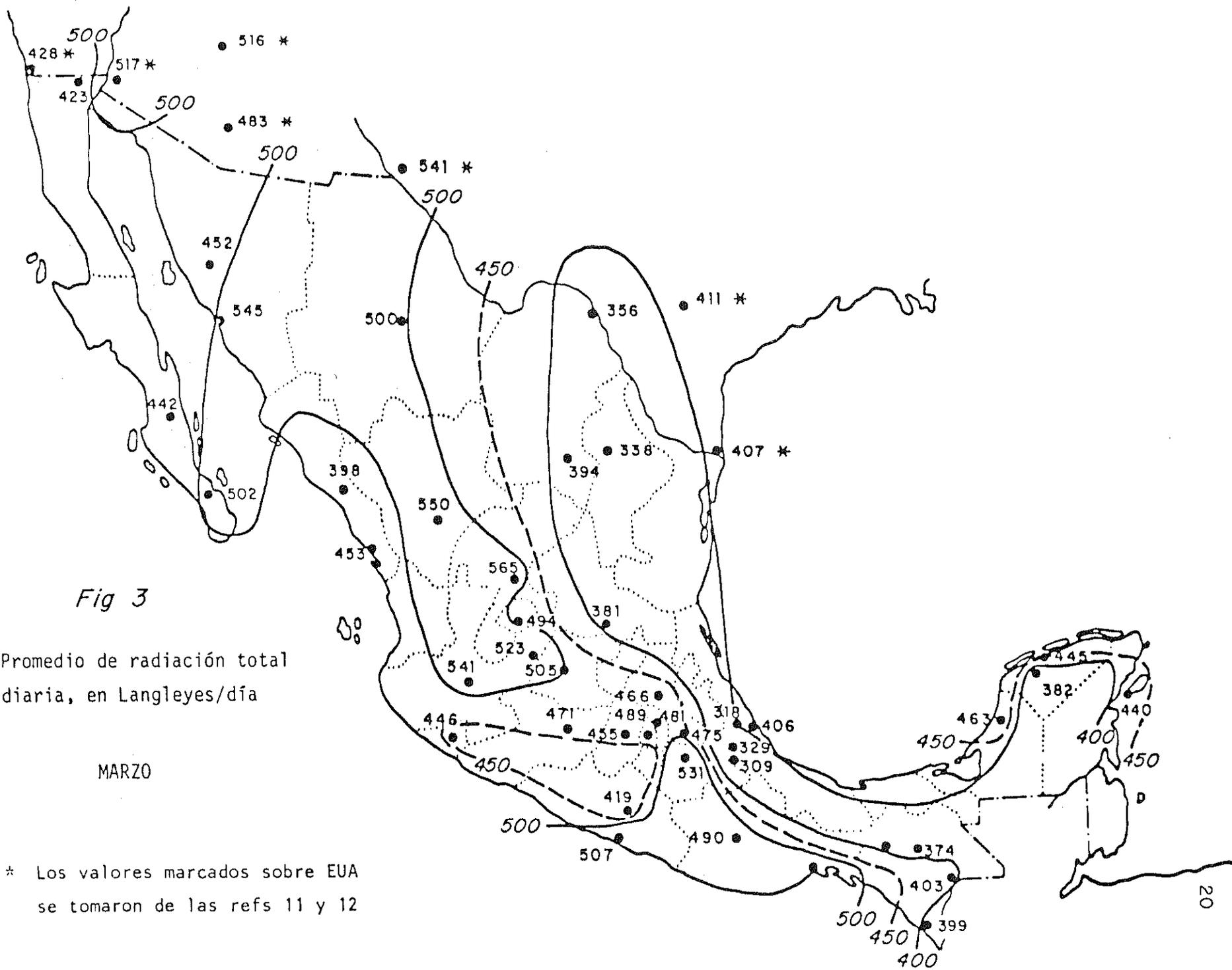


Fig 3

Promedio de radiación total diaria, en Langleyes/día

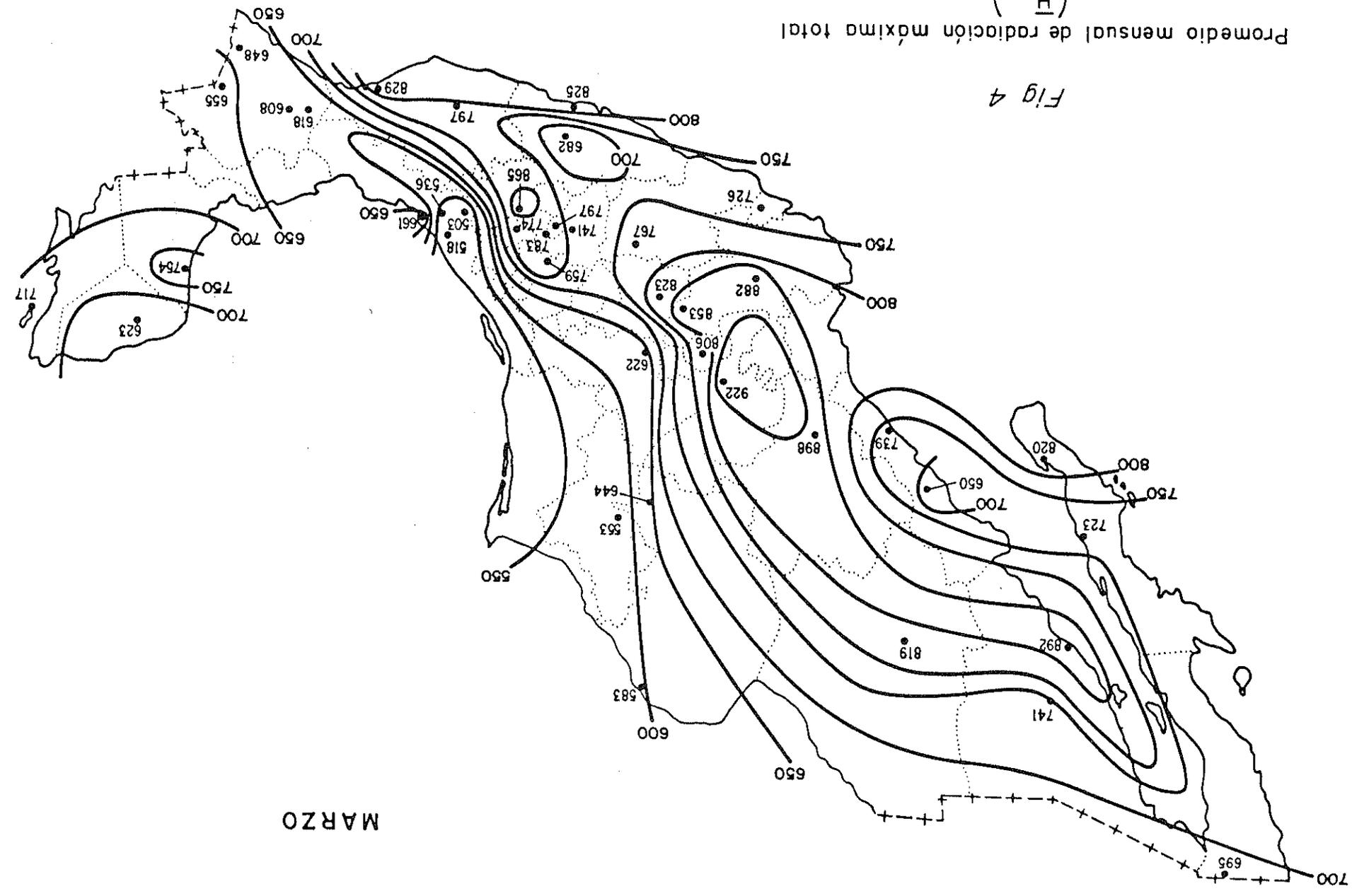
MARZO

* Los valores marcados sobre EUA se tomaron de las refs 11 y 12

Watts por cada metro cuadrado (W/m^2)

Promedio mensual de radiación máxima total
 $(\overline{H_{M+}})$

Fig 4



SEGUNDA PARTE. CALCULO DEL EFECTO DE LA RADIACION

1. General

El efecto de la radiación solar puede ser muy variado: desde iluminar un espacio o calentar una superficie hasta degradar algunos plásticos y facilitar (o impedir) el desarrollo biológico de las especies vegetales. En esta sección se aborda, primero, el cálculo de la magnitud de la radiación solar sobre cualquier plano (vertical, inclinado, etc) y después el efecto térmico sobre un captador solar, del tipo usado para calentar agua, por ejemplo.

2. Disponibilidad de radiación

En la sección anterior se calculaba \bar{G}_M y \bar{G}_{bM} , los valores máximos del flujo de energía solar que llega sobre una superficie horizontal en forma global y directa, respectivamente. Claramente, la magnitud correspondiente de la radiación difusa es $\bar{G}_{dM} = \bar{G}_M - \bar{G}_{bM}$. Aunque la magnitud de la radiación que incide sobre un plano horizontal en un ins-

tante cualquiera es imposible de predecir, los valores medios registrados de la radiación indican que su comportamiento *más probable* es en forma senoidal o "de campana", como se ilustra en la fig 6. Ahí también se ilustran las fracciones directa y difusa de la radiación. Como se observa, es además más sencillo manejar los datos de radiación en forma senoidal que intentar calcular las perturbaciones atmosféricas naturales. De hecho, el manejo de las senoides es más confiable y preciso para los fines que aquí interesan.

La forma clásica de la senoide que representa la radiación global aparece en la fig 7. La misma, pero para la fracción directa, se ilustra en la fig 8. Nótese, sin embargo, que las dos figuras están dibujadas para valores máximo de 1, que ocurren al mediodía. Para conocer la radiación a cualquier hora del día, el eje horizontal está normalizado para una longitud de 12 horas ($N = 12$). El empleo de estas gráficas se ilustra con los datos de los ejemplos de la primera parte de estas notas.

Para conocer la radiación a cualquier hora del día, calcúlese primero la hora en términos de la escala de las figs 7 y 8. Léase en el eje vertical el valor de la radiación normalizada y multiplíquese este resultado por los valores reales de \bar{G}_M , \bar{G}_{DM} .

Ejemplo 7: Calcular la radiación solar a las 8 y 11 de la mañana, para un día del mes de agosto, en Managua, Nicaragua. Utilícese los datos del ejemplo 6. Determinar la radiación global, directa y difusa.

Solución: Para el día en cuestión, de la tabla 1, según el procedimiento ya descrito, se obtiene $N = 12.41$ horas. Así, cada ho-

ra del día estará representada en las figs 7 y 8 por $12/12.41 = 0.97$ horas. Consecuentemente, a las 8 am se estará a $4 \times 0.97 = 3.88$ horas del mediodía en las figs y a las 11 am se estará a 0.97 horas. (Por conveniencia se ilustra la mañana del lado izquierdo del eje, aunque otros autores lo hacen del lado derecho. Nótese que esto no afecta el resultado ya que las curvas son simétricas).

Subiendo una vertical desde esos puntos en el eje de tiempo hasta tocar la curva de la fig 7 se lee, en el eje vertical, la cantidad 0.44 para las 8 am y 0.96 para las 11 am. Similarmente, en la fig 8 para la radiación directa, se lee a esas horas 0.35 y 0.95. Los valores calculados previamente para \bar{G}_M , \bar{G}_{bM} eran, respectivamente, 748.7 y 521 W/m² (ver ejemplo 6). Así, los valores buscados resultan ser

$$\text{para la global, } \bar{G} = 748.7 \times 0.44 = 329 \text{ w/m}^2$$

para las 8 am

$$\text{y } \bar{G} = 748.7 \times 0.96 = 719 \text{ w/m}^2$$

$$\text{para la directa, } \bar{G}_b = 521 \times 0.35 = 182 \text{ W/m}^2$$

para las 8 am

$$\text{y } \bar{G}_b = 521 \times 0.95 = 495 \text{ W/m}^2$$

para las 11 am

$$\text{y para la difusa, } \bar{G}_d = 329 - 182 = 147 \text{ W/m}^2$$

para las 8 am

$$\text{y } \bar{G}_d = 719 - 495 = 224 \text{ W/m}^2$$

para las 11 am

Por supuesto, el cálculo precedente podría hacerse hora tras hora, cubriendo todo el día, con lo que se podría dibujar la curva de la radia

ción global \bar{G} , de la radiación directa \bar{G}_b y de la difusa \bar{G}_d para cada sitio de interés y para cada día necesario.

3. Angulo de cielo

Desgraciadamente, no todos los sitios de utilización de la radiación solar son planos y horizontales. Con frecuencia, como ocurre en las zonas urbanas, sólo se recibe radiación solar directa cuando ya ha avanzado la mañana y el sol sale detrás de los edificios circundantes. Similamente, el sol se oculta temprano en la tarde. El efecto es aún más notable cuando el obstáculo está dado por cadenas montañosas.

En tales condiciones se dice que el *ángulo de cielo* corresponde al periodo en que el sol es visible. Esto resulta en una disminución de la radiación directa pero no de la difusa. Se suele suponer que la radiación solar difusa es independiente de esos obstáculos, ya que llega de todas las direcciones.

La forma de incluir el cálculo del efecto del ángulo de cielo se puede ilustrar con ayuda de las figs 7 y 8. Para tomar en cuenta un obstáculo, se calcula la radiación *difusa* como si el obstáculo no existiera, esto es, restando de la radiación total \bar{G} la fracción directa \bar{G}_b como se hizo en el ejemplo anterior, y luego haciendo nula la radiación directa en el resultado final y conservando el valor de la difusa, \bar{G}_d .

Ejemplo 8: Reescribir los resultados del ejemplo 7 suponiendo que hay un obstáculo tal que el sol aparece hasta las 9 am.

Solución: Hasta las 9 am, la radiación directa será nula. Así, los nuevos resultados serán:

$$\begin{aligned} \text{Para las 8 am,} \quad \bar{G} &= 147 \text{ W/m}^2 \\ \bar{G}_b &= 0 \\ \bar{G}_d &= 147 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Para las 11 am,} \quad \bar{G} &= 719 \text{ W/m}^2 \\ \bar{G}_b &= 495 \text{ W/m}^2 \\ \bar{G}_d &= 224 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

O L A D E
Organización Latinoamericana de Energía
CENTRO DE INFORMACION

4. Radiación solar sobre planos no horizontales

Por las condiciones anteriores, la radiación difusa se considera constante para cualquier posición del plano que la recibe. No es el caso para la radiación directa. Esta última se calcula afectando el valor de \bar{G}_b , calculada como ya se indicó, por un *factor de proyección* que se designa como R_b . Así, la radiación global que recibe un plano no horizontal se designa por \bar{G}_T , definida por

$$\bar{G}_T = \bar{G}_b R_b + \bar{G}_d$$

El valor de R_b se obtiene de dividir el coseno del ángulo de incidencia de la radiación sobre el plano de interés, $\cos \theta$, entre el coseno del ángulo de incidencia sobre el plano horizontal, $\cos \theta_z$. En ambos casos el ángulo de incidencia es el ángulo formado por la perpendicular al plano y la dirección de la radiación solar. En el plano horizontal, el ángulo de incidencia es mínimo al mediodía, que es cuando $\cos \theta_z$ se hace máximo.

El cálculo de $\cos \theta$ y $\cos \theta_z$ es por tanto muy parecido, ya que $\cos \theta_z$ corresponde a un caso particular de $\cos \theta$. La ecuación que permite calcular $\cos \theta$, dada como ecuación 6 en {2}, es larga y laboriosa su solución. Por ello, aquí se ofrecen ábacos o nomogramas que facilitan esos cálculos. Estos se incluyen en las figs 9 y 10.

El primer nomograma sirve solamente para cuando el cálculo es al mediodía solar, mientras que el otro es aplicable, con ayuda de la tabla correspondiente, a todo lo largo del día. Se describen e ilustran estos nomogramas más adelante.

Primeramente se definirá un plano no horizontal. La posición de cualquier plano en el espacio se define por dos ángulos: el ángulo de inclinación, β , que es el formado entre el plano de interés y el horizontal, y el ángulo de orientación, o rumbo, γ , que es el formado entre la dirección que el plano está "viendo" y la dirección del sur. Se dice que β es siempre mayor que cero ($\beta = 0$ corresponde a un plano horizontal) y γ es negativo entre 0 y 180° cuando el rumbo es del sur al oriente, $\gamma = 0$ en la dirección del sur y es positivo desde 0 hasta 180° si el plano se orienta al poniente. Ahora, y en todo lo siguiente, se supondrá que el eje de tiempo de las figs 7 y 8 es positivo en la tarde (pm) y negativo en las mañanas (am).

Otro ángulo de interés es el ángulo horario, que es el formado entre la dirección de la radiación del sol y la dirección de dicha radiación al mediodía solar. Este ángulo se designa por ω y toma valores extremos al alba y al ocaso. De hecho, ese caso extremo se presentó en la primera parte de estas notas, donde se definió ω como 15 veces el valor del eje del tiempo. A modo de ejemplo de lo hasta aquí apuntado, conviene indicar que para las 10 am, a dos horas del mediodía, $\omega = 15 \times (-2) = -30^\circ$. El signo indica la mañana. Similarmente, a las 4 pm, $\omega = 4 \times 15 = 60^\circ$.

Algunos casos particulares de planos no horizontales son: el plano vertical orientado al sur ($\beta = 90^\circ$, $\gamma = 0$); el vertical orientado al oriente ($\beta = 90^\circ$, $\gamma = -90^\circ$), al norte ($\beta = 90^\circ$, $\gamma = 180^\circ$ o bien $\beta = 90^\circ$,

$\gamma = -180^\circ$), etc. El plano horizontal corresponde a $\beta = 0$, $\gamma = 0$.

Así, el valor de $\cos \theta$ en un instante cualquiera del día depende de cinco ángulos: los anteriores β , γ y ω , así como los antes vistos de latitud, ϕ , y declinación, δ . Se presenta en seguida el uso del nomograma incluido en la fig 9. Como este consta de cinco partes, a cada una de estas se da un número romano (I, II, III, IV y V).

Por medio del nomograma se pueden obtener, siempre para el medio día solar

- a) $\cos \theta$ (dados n , ϕ y β)
- b) inclinación de captación máxima para distintas épocas del año (dados ϕ y n)
- c) día(s) del año en los cuales los rayos solares inciden normalmente en un plano dado.

a) Para obtener $\cos \theta$

1. En la figura I se traza una línea horizontal que corte al eje de las latitudes en la latitud escogida
2. Se traza una línea diagonal, paralela a las líneas ya trazadas, que corte el eje de las inclinaciones en la inclinación escogida
3. Del punto donde se cruzan las líneas anteriores se traza una vertical que cruce las diagonales de la figura II
4. En la fig III se busca en el eje correspondiente a los meses del año al punto que corresponda al día escogido
5. Desde el punto escogido se traza una línea horizontal del eje de los meses del año hasta cruzar la curva de la declinación

6. Desde el punto de intersección establecido en el punto anterior se traza una vertical que cruce la diagonal de la fig IV
7. Desde el punto de intersección anterior se traza una horizontal hasta cruzar la línea vertical de la fig II más cercana a la fig IV
8. Trace una paralela a las diagonales de la fig II que pase por el punto definido en el paso 7
9. Del punto donde se cruzan las líneas trazadas en los pasos 3 y 8 se traza una línea horizontal hasta la fig V, en donde se debe intersectar con la curva de $\cos \theta$
10. Desde el punto definido en el paso anterior se traza una línea vertical que cruce el eje horizontal de los valores de $\cos \theta$. En este punto se define el valor de $\cos \theta$.

b) Para obtener la inclinación adecuada para hacer máxima la radiación solar intersectada

1. En la fig I se traza una línea horizontal que corte al eje de las latitudes en la latitud escogida
2. Desde el punto donde $\cos \theta = 1$ (fig V) se traza una horizontal que cruce las diagonales de la fig II
3. En la fig III se escoge el día, mes o época del año para el cual se quiere tener mayor captación de energía solar
4. Se traza, a partir del punto establecido en el paso anterior, una línea horizontal que intersecta la curva de la declinación

5. De la fig III y a través de la fig IV se traza una línea diagonal, paralela a las trazadas, que intersecte la línea trazada en el paso 2
6. Desde el punto definido en el paso 5 se traza una línea vertical que intersecte a la línea trazada en el paso 1
7. Para conocer la inclinación adecuada se traza una línea paralela a las diagonales que intersecte al eje horizontal donde se conocerá el valor buscado.

c). Días del año con incidencia normal al plano

1. Realizar los tres primeros pasos del procedimiento a
2. Realizar el paso 2 del procedimiento b; con esto se obtendrá un punto en la fig II
3. Trace una paralela a las diagonales de la fig II que pase por el punto definido en el paso 2
4. A través de la fig IV obtenga la línea vertical que atraviese a la fig III
5. Ubique el o los puntos donde la línea trazada en el punto 4 intersecte con la curva de la declinación
6. Del o de los puntos definidos en el paso anterior trace una o dos líneas que intersecten con el eje de los meses del año y ubique en los puntos de intersección las fechas buscadas.

Para obtener $\cos \theta$

Ejemplo 9: Se quiere conocer $\cos \theta$ para el mediodía solar de un plano de colección orientado hacia el sur e inclinado 23° para el día 15 de mayo. El colector está instalado en la ciudad de México.

Solución.

1. En la fig 9 se traza la línea \overline{ab} para $\phi = 19^\circ$ (latitud de la Ciudad de México) en la fig I
2. Se traza la línea \overline{cd} en la diagonal correspondiente a $\beta = 23^\circ$ para $\gamma = 0$
3. Se ubica el punto 1 en el cruce de las líneas anteriores y se traza la línea vertical \overline{ef} que pasa por el punto 1
4. En la fig III se localiza al punto 2 para el 15 de mayo
5. Se traza la línea horizontal \overline{gh} que pase por el punto 2 y que intersecte a la curva de la declinación en el punto 3
6. Pasando por el punto 3 se traza una línea vertical \overline{ij} que intersecte a la diagonal de la fig IV en el punto 4
7. Pasando por el punto 4 se traza una línea horizontal \overline{kl} que intersecte a la fig II en el punto 5
8. Pasando por el punto 5 se traza una línea diagonal \overline{mn} paralela a las diagonales de la fig II intersectando en el punto 6 a la línea \overline{ef} trazada previamente
9. Pasando por el punto 6 se traza una línea horizontal \overline{op} que intersecta a la curva de la fig V en el punto 7

10. Pasando por el punto 7 se traza una línea vertical \overline{qr} que intersecte al eje horizontal en el punto 8 donde se encuentra que $\cos \theta \approx 0.93$ (Res.)

Ejemplo 10: Se necesita conocer la inclinación adecuada de un colector instalado en Managua, Nicaragua, que se quiere utilizar para un sistema de refrigeración cuya carga pico coincide con el verano.

Solución.

1. De la tabla 2, se tiene que $\phi = 12.5$ N para Managua (punto 1); pasando por ese punto en la fig I se traza la línea horizontal \overline{ab}
2. En la fig V se traza la línea horizontal \overline{cd} que pasa por el punto 2 que es el que corresponde a $\cos \theta = 1$
3. En la fig III se ubica el día que corresponde a la mitad del verano en el hemisferio norte (punto 3)
4. Pasando por el punto 3 se traza la línea horizontal \overline{ef} que intersecta con la curva de la declinación en el punto 4
5. Pasando por el punto 4 se traza la línea vertical \overline{gh} que intersecta con la diagonal de la fig IV en el punto 5. De la fig IV a la fig 2 se traza la línea horizontal \overline{ij} que intersecta en el punto 6 con la fig II. Pasando por el punto 6 se traza una diagonal \overline{kl} paralela a las otras de la fig II para intersectar a la línea \overline{cd} en el punto 7
6. Pasando por el punto 7 se traza la línea vertical \overline{mn} que intersecta en la fig I a la línea \overline{ab} en el punto 8

7. Pasando por el punto 8 se traza una línea diagonal \overline{op} paralela a las trazadas en la figura que intersecta al eje horizontal de β en el punto 9 que corresponde a $\beta = 1^\circ$, $\gamma = 180$, que es la inclinación buscada (Res.)

Ejemplo 11: Se quiere conocer la inclinación adecuada de un colector instalado en Lima, Perú, que se quiere utilizar para calentar aire en el invierno.

Solución:

1. De la tabla 2 se tiene que, para Lima, Perú, $\phi = 12.5$ S.
Con este se define el punto 1 en la fig I por el cual se hace pasar la línea horizontal \overline{ab}
2. En la fig V se traza la línea horizontal \overline{cd} que pasa por el punto 2 que es el que corresponde a $\cos \theta = 1$
3. En la fig III se ubica el día que corresponde a la mitad del invierno en el hemisferio sur (punto 3)
4. Pasando por el punto 3 se traza la línea vertical \overline{ef} que intersecta con la curva de declinación en el punto 4
5. Pasando por el punto 4 se traza la línea vertical \overline{gh} que intersecta con la diagonal de la fig IV en el punto 6. De la fig IV a la fig II se traza la línea horizontal \overline{ij} que intersecta en el punto 6 con la fig II. Pasando por el punto 6 se traza una diagonal \overline{kl} paralela a las otras de la fig II para intersectar a la línea \overline{cd} en el punto 7
6. Por el punto 7 se traza la línea vertical \overline{mn} que intersecta

en la fig I a la línea \overline{ab} en el punto 8

7. Pasando por el punto 8 se traza una línea diagonal \overline{op} paralela a las trazadas en la figura que intersecta al eje horizontal β en el punto 9 que corresponde a $\beta = 26^\circ$ para $\gamma = 180^\circ$, que es la inclinación buscada (Res.)

Ejemplo 12: Se quiere saber en que día o días el sol incide normalmente al mediodía solar en un plano inclinado 45° orientado hacia el norte e instalado en Buenos Aires, Argentina.

Solución:

1. Se traza la línea \overline{ab} que pase por el punto 1 que corresponde a la latitud de Buenos Aires ($\phi = 35.0$ S).
2. Se traza la línea \overline{cd} en la diagonal correspondiente a $\beta = 45^\circ$ para $\gamma = 180^\circ$
3. Se ubica el punto 2 en la intersección de las líneas \overline{ab} y \overline{cd} y se traza una línea vertical \overline{ef} que pase por ese punto y que atraviese a la fig II
4. En la fig II se traza una línea horizontal \overline{gh} que pasa por el punto 3, que corresponde a $\cos \theta = 1$
5. En el cruce de las líneas \overline{ef} y \overline{gh} se ubica al punto 4 por el cual se traza una diagonal \overline{ij} que intersecta en el punto 5 con los límites de la fig II. A través del punto 5 se traza una línea horizontal \overline{kl} que intersecta a la diagonal de la fig IV en el punto 6; a través de este punto se traza una línea vertical \overline{mn} que intersecta a la curva de la declinación en los puntos 7 y 8

6. Con líneas horizontales trazadas a través de los puntos 7 y 8 se localizan los puntos 9 y 10 en la fig III, donde se ubican las fechas en las cuales los rayos solares inciden normalmente en el plano de colección definidos:

Punto 9 → 23 abril (aprox)

Punto 10 → 20 agosto (aprox) (Res.)

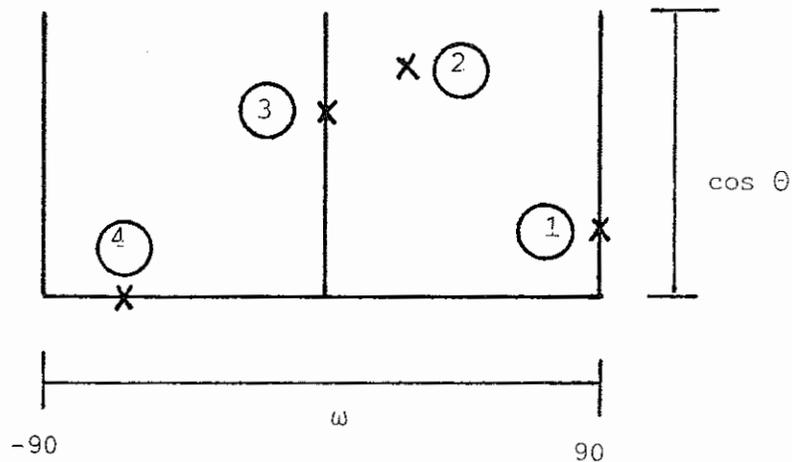
Procedimiento para el cálculo de R_p

Nota: Para poder realizar los cálculos se necesita hacer uso de la fig 10. Se recomienda usar la que acompaña a este manual como original para obtener copias fotostáticas para usar en los cálculos. Apúntense cada uno de los datos y resultados en la hoja según vayan apareciendo.

- a. Establezca la latitud local (ϕ). Si no la conoce la puede ubicar con la ayuda del mapa de la fig 2 o con la tabla 2
- b. Establezca el número de día del año (n). Este se puede obtener auxiliándose de la tabla 3
- c. Establezca la declinación (δ) correspondiente al día del año (n). Para esto puede hacer uso de la tabla 4.
- d. Reste δ de ϕ
- e. Defina los ángulos de inclinación (β) ($0 \leq \beta \leq 90$) y de orientación (γ) ($-90 \leq \gamma \leq 90$) (valores negativos hacia el oriente)
- f. Con el valor absoluto de $\phi - \delta$ ubique en la tabla 7 con el múltiplo de 5 más cercano a este valor o, si lo prefiere, tome las de los valores inmediatamente superior e inferior

g. Las tablas utilizadas tienen valores solamente entre -90 y 0° para la orientación, que representan orientaciones hacia el este. Si se tienen valores positivos de γ entre 0 y 90° se procede de la siguiente manera:

- i. Se toman los valores negativos de γ como positivos
- ii. Se cambia el signo de los valores angulares de la hora del día (ω)* para todas las tablas. Esto significará un cambio en la posición de los puntos de acuerdo a la siguiente figura



* $15^\circ = 1$ horas

- h. Marque los puntos establecidos en la(s) hoja(s) y trace, ya sea a mano o con curvígrafo, una (o dos) línea(s) que simule(n) a una cosenoidal que pase por los puntos marcados
- i. En el eje horizontal de las horas del día (ω) ubique la hora escogida y trace una perpendicular hasta donde intersecte en la(s) curva(s) trazada(s)

- j. Si tiene una sola curva trace una línea horizontal desde el punto establecido en el paso anterior hasta el eje vertical de $\cos \theta$
- k. Si tiene dos curvas interpole de acuerdo al valor de $\phi - \delta$ calculado y trace una línea de la misma manera que en el paso j
- l. Ubique en la intersección con el eje de $\cos \theta$ el valor buscado
- m. Para determinar el valor de R_b , ubique en la(s) tabla(s) el valor de $\cos \theta$ para $\gamma = 0$, $\beta = 0$ y $\omega = 0$ (punto 3 de la hoja, valor inferior derecho). En caso dado de usar dos curvas interpole para encontrar el valor de $\cos \theta_z$.

Ejemplo 13: Calcular R_b para las 15 hrs del día 26 de agosto de 1984, para la ciudad de Tegucigalpa, Honduras, si el colector está orientado 15° al oriente y tiene una inclinación de 15° .

Solución.

- a. De la tabla 2 se tiene que $\phi = 14^\circ$ N
- b. De la tabla 3 se tiene que $n = 213 + 26$ (1984 es año bisiesto); $n = 239$
- c. De la tabla 4 se tiene que para $n = 239$, $\delta = 9.59$
- d. $\phi - \delta = 14 - 9.59 = 4.41$
- e. De la definición del problema, $\gamma = -15$ y $\beta = 15$
- f. Dado $\phi - \delta = 4.41$ se toman las hojas 1 y 2 correspondientes a $(\phi - \delta)$ igual a 0 y 5° respectivamente

g. $\gamma = -15$, por lo que se toman los valores como se presentan en las tablas

h. En la hoja 1 se tienen los siguientes cuatro puntos para $\gamma = -15$ y $\beta = 15$

Punto	1	2	3	4
$\cos \theta$	0.066	.986	.984	-
ω	-	-3	-	86

En la hoja 2 se tienen

Punto	1	2	3	4
$\cos \theta$	0.066	.996	.994	-
ω	-	-3	-	86

i. Se traza una línea vertical para las 15 hrs ($\omega = 3 \times 15 = 45$)

j. Como son dos curvas, se pasa al paso k

k. Se interpola y se traza la horizontal desde el punto interpolado

l. El valor buscado es $\cos \theta = 0.78$

m. Para $\gamma = 0$, $\beta = 0$ y $\omega = 0$ (punto 3 de las hojas)

$$\text{hoja 1 } \cos \theta_z = 1$$

$$\text{hoja 2 } \cos \theta_z = 0.996$$

$$n. R_b = \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z} = \frac{0.78}{0.9965} = 0.783 \quad (\text{Res.})$$

Ejemplo 14: Calcular R_b para las 10 de la mañana del día 4 de enero de 1985 para la ciudad de Lima, Perú, si se tiene un co

lector orientado 45 grados hacia el oeste con una inclinación de 55 grados

Solución:

- a. De acuerdo a la tabla 2 $\phi = 12.5$ S
- b. De acuerdo a la tabla 3 $n = 4$
- c. De acuerdo a la tabla 4 $\delta = -22.74$
- d. $\phi - \delta = 23.5 - (-22.34) = 45.24$
- e. De la definición del problema $\gamma = 45$ y $\beta = 55$
- f. Se toma la hoja 10, correspondiente a $(\phi - \delta) = 45$
- g. $\gamma = 45$ por lo que hay que tomar la convención establecida en la página 39 que consiste en cambiar el signo a los valores de ω
- h. Dado que el valor de β es un valor intermedio a los definidos en la tabla habrá que interpolar

	Punto 1	Punto 2		Punto 3	Punto 4
β	$\cos \theta$ $\omega = 90$	ω	$\cos \theta$	$\cos \theta$ $\omega = 0$	ω $\cos \theta = 0$
45	0.5	+29	.988	.853	- 60
60	0.612	+37	.996	.768	- 52
55	0.575	+34	.993	.797	- 55

Se marcan los puntos y se traza la curva

- i. Se traza una línea vertical para las 10 hrs ($\omega = -2 \times 15 = -30$) que intersekte con la curva
- j. Se traza una horizontal del punto anterior al eje de $\cos \theta$
- k. No se usa porque es una sola curva

$$l. \cos \theta = 0.4$$

$$m. \cos \theta_z = 0.707$$

$$n. R_b = \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z} = \frac{0.4}{0.707} = 0.57 \quad (\text{Res.})$$

5. Magnitud de la radiación solar incidente

Como se dijo anteriormente, la magnitud de la radiación solar incidente sobre cualquier plano es la suma de las fracciones directa y difusa. La fracción directa se calcula multiplicando el factor R_b por la radiación directa que recibe el plano horizontal. Se considera que la fracción difusa es la misma en el plano horizontal que sobre un plano inclinado.

Ejemplo 15: Al mediodía solar, se calculó que el factor R_b para un plano inclinado al norte en Santiago, Chile, es 1.16. Si se tiene que la radiación incidente sobre el plano horizontal (ver primera parte de estas notas) tiene un componente directo de 631 W/m^2 y uno difuso de 118 W/m^2 , calcular cuánta energía recibe el captador si su área de captación, A_c , es de 1.8 m^2 .

Solución: La magnitud del flujo solar sobre el plano inclinado será

$$631 \times 1.16 + 118 = 850 \text{ W/m}^2$$

Dado que el captador tiene 1.8 m^2 , el flujo incidente será de

$$Q_s = 850 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \times 1.8 \text{ m}^2 = 1530 \text{ W} \quad (\text{Res.})$$

Esto es, la expresión general para evaluar el flujo total es

$$Q_s = (\bar{G}_b R_b + \bar{G}_d) A_c$$

donde las fracciones \bar{G}_b, \bar{G}_d se refieren a la energía que recibe el plano horizontal calculada como se indicó en la primera parte de estos apuntes y R_b se evalúa como se dijo en la sección precedente.

6. Efecto térmico sobre el captador

El plano de captación puede tener dos tipos de respuesta térmica a la radiación solar. Si el plano está formado de un material homogéneo, como es el caso de un muro, por ejemplo, se calentará. Por otro lado, si por el interior del dispositivo que integra el captador circula un fluido como aire o agua, este fluido aumentará su temperatura.

Desgraciadamente en ambos casos, al elevarse la temperatura del plano una parte del calor se pierde al ambiente, por los efectos combinados de convección y radiación.

El cálculo de las pérdidas de calor es asunto de la materia de transmisión térmica. Ya que es complicado, se refiere al lector a los excelentes libros que existen sobre el tema y no se abordará aquí. Un análisis detallado de las pérdidas térmicas de captadores solares se presenta en {4}. Al nivel de cálculo aproximado, sin embargo, sí es posible emplear algunos de los resultados de {4} para familiarizar al lector con los conceptos más importantes. Para ello se repiten en las figuras 11 y 12 las que aparecen como figs 2 y 3 en {4}. La fig 11 se refiere al cálculo de las pérdidas por unidad de área del captador, q_p , en kW/m^2 , como función de la diferencia de temperaturas entre el captador, T_c , y el ambiente que lo rodea, T_a . Esa fig trae curvas distintas para varios valores de T_a . Sin embargo, más bien sirve para ilustrar que la importancia del valor de T_a es relativamente pequeña.

En la fig 12 se muestra que la importancia de la velocidad del viento es mayor. Ahí se ilustran resultados para superficies del captador pintadas de negro (la emitancia, o poder radiativo, de la pintura, es de aproximadamente 0.95) y para superficies tratadas electroquímicamente con óxidos "selectivos" cuya emitancia es 0.15. En el segundo caso se observa que q_p es prácticamente independiente de la velocidad del viento. Léanse, como ejemplo, en la fig 11, que q_p vale 0.27 kw/m^2 , o 270 W/m^2 , cuando $T_c = 58^\circ\text{C}$ y $T_a = 18^\circ\text{C}$ (para velocidades del viento moderadas, del orden de 1 m/s , o sea, 3.6 km/hora) y $q_p = 440 \text{ W/m}^2$ para $v = 9 \text{ m/s}$ (32 km/hora) si $T_c = 69^\circ\text{C}$ y $T_a = 18^\circ\text{C}$ en la fig 12. Para velocidades de viento más altas que 1 m/s las pérdidas térmicas son básicamente independientes de la temperatura del aire circundante.

Las pérdidas de calor deben restarse a la energía solar incidente para determinar cuánto calor utilizable se queda en el captador.

Ejemplo 16: Calcular cuánta energía se aporta al agua del captador del ejemplo anterior si la temperatura del captador es de 40°C y la del ambiente es de 21°C , cuando el viento sopla a una velocidad de 10 km/hora .

Solución: Para esa velocidad de viento se utilizan los resultados de la curva para 3 m/s en la fig 12. Como $T_c = 40^\circ\text{C}$, $T_a = 21^\circ\text{C}$, $T_c - T_a = 19^\circ\text{C}$. En dicha figura se lee $q_p = 0.13 \text{ kw/m}^2 = 130 \text{ W/m}^2$. Como el captador mide 1.8 m^2 , el total de calor perdido es $1.8 \times 130 = 234 \text{ W}$. La cantidad neta de energía útil es, entonces,

$$Q_u = 1530 - 234 = 1296 \text{ W} \quad (\text{Res.})$$

Es interesante recordar el concepto de "temperatura de equilibrio térmico", que es aquella temperatura T_c a la cual el total de calor recibido se pierde al ambiente. Esta es la temperatura más alta que puede alcanzar el captador.

Ejemplo 17: Calcular la temperatura de equilibrio térmico del captador del ejemplo anterior

Solución: Dado que el calor incidente es de $850 \text{ W/m}^2 = 0.85 \text{ kw/m}^2$, en la fig 12 se lee dicho valor en el eje vertical; trazando una línea horizontal de ahí hasta cortar la curva para $v = 3 \text{ m/s}$, se lee en el eje horizontal la cantidad de $T_c - T_a = 95^\circ\text{C}$. Como $T_a = 21^\circ\text{C}$, $T_c = 95 + 21 = 116^\circ\text{C}$. Esto es, en las condiciones atmosféricas del ejemplo, el captador puede alcanzar una temperatura de equilibrio hasta de 116°C (Res.)

Claramente, la función de un calentador solar no es calentarse a sí mismo, como sugiere el ejemplo precedente, sino calentar un fluido cualquiera; el uso más difundido es para calentar agua. En estos casos, la temperatura del calentador está controlada por la temperatura del agua de modo que se puede hacer que $T_c = (T_1 + T_2)/2$, donde T_1 es la temperatura del agua a la entrada del calentador solar y T_2 es la temperatura a la salida. Si se recuerda que el calor útil del calentador es transmitido al agua, cuya velocidad másica de circulación o flujo másico es \dot{m} , expresado en kg/s , y cuyo calor específico es $4.18 \text{ kJ/kg } ^\circ\text{C}$, entonces se tiene que

$$Q_u = 4.18 \dot{m} (T_2 - T_1)$$

El problema ahora es encontrar las temperaturas, lo cual debe hacerse por aproximaciones sucesivas.

Ejemplo 18: Un calentador solar de agua mide 1.8 m^2 y recibe un flujo de radiación solar de 850 W/m^2 . El viento es moderado y la temperatura del ambiente es de 20°C . Si el agua entra a 30°C al calentador solar, a una velocidad de 3 litros por minuto, ¿A qué temperatura sale?

Solución: Supóngase inicialmente que el agua sale a 40°C . Esto es, $T_1 = 30^\circ\text{C}$, $T_2 = 40^\circ\text{C}$, por lo que $T_c = 35^\circ\text{C}$. Como $T_a = 20^\circ\text{C}$, $T_c - T_a = 15^\circ\text{C}$. En la fig 11, para $T_c - T_a = 15^\circ\text{C}$ se lee $q_p = 0.095 \text{ kw/m}^2$. Se calcula el calor útil como

$$\begin{aligned} Q_u &= (q_s - q_p) A_c \\ &= (850 - 95) 1.8 = 1359 \text{ W} = 1.359 \text{ kw} \end{aligned}$$

Para 3 litros por minuto, considerando la densidad del agua como de un kg por litro, $\dot{m} = 3/60 = 0.05 \text{ kg/s}$. Ya que $Q_u = 4.18 \dot{m} (T_2 - T_1)$,

$$\begin{aligned} 1.359 &= 4.18 \dot{m} (T_2 - T_1) \\ 0.325 &= \dot{m} (T_2 - T_1) \end{aligned}$$

o sea, $T_2 - T_1 = 6.5^\circ\text{C}$

Como $T_1 = 30^\circ\text{C}$, entonces $T_2 = 36.5^\circ\text{C}$. El resultado no es correcto porque se obtuvo de la suposición, equivocada, de $T_2 = 40^\circ\text{C}$.

Corrigiendo y repitiendo el cálculo,

$$\begin{aligned} T_c &= (30 + 36.5)/2 = 33.25^\circ\text{C} \\ T_c - T_a &= 33.25 - 20 = 13.25^\circ\text{C} \end{aligned}$$

En la fig 11, $q_p = 0.09$, así que ahora

$$\begin{aligned} Q_u &= (0.85 - 0.09) 1.8 = 1.368 \text{ kW. Ahora,} \\ 1.368 &= 4.18 \dot{m} (T_2 - T_1) \end{aligned}$$

de donde se obtiene finalmente $T_2 = 36.545^\circ\text{C}$. Puede considerarse que ahora la solución es ya satisfactoria pues se obtuvo $T_2 = 36.545$ con la suposición inicial de $T_2 = 36.5$. La diferencia entre las dos puede partirse por mitad, o sea, $T_2 = 36.52^\circ$ (Res.)

Con los procedimientos de estas notas, como se ve, es posible calcular, en forma aproximada, las temperaturas de trabajo de un calentador solar y el flujo de energía efectivamente utilizado. Lo mismo podría hacerse para cualquier material o superficie expuesta al sol.

Si el lector se interesa por conocer en mayor detalle la estructura matemática de los modelos solares, se le sugiere revisar las refs {2}, {4}. Si no es necesaria mayor complejidad del cálculo, el procedimiento de estas notas puede ser suficiente. Si, por otro lado, el paciente lector que haya llegado hasta este renglón aun se siente animado a abordar el cálculo de la radiación solar y de su efecto térmico, estas notas habrán satisfecho con creces las expectativas de sus autores.

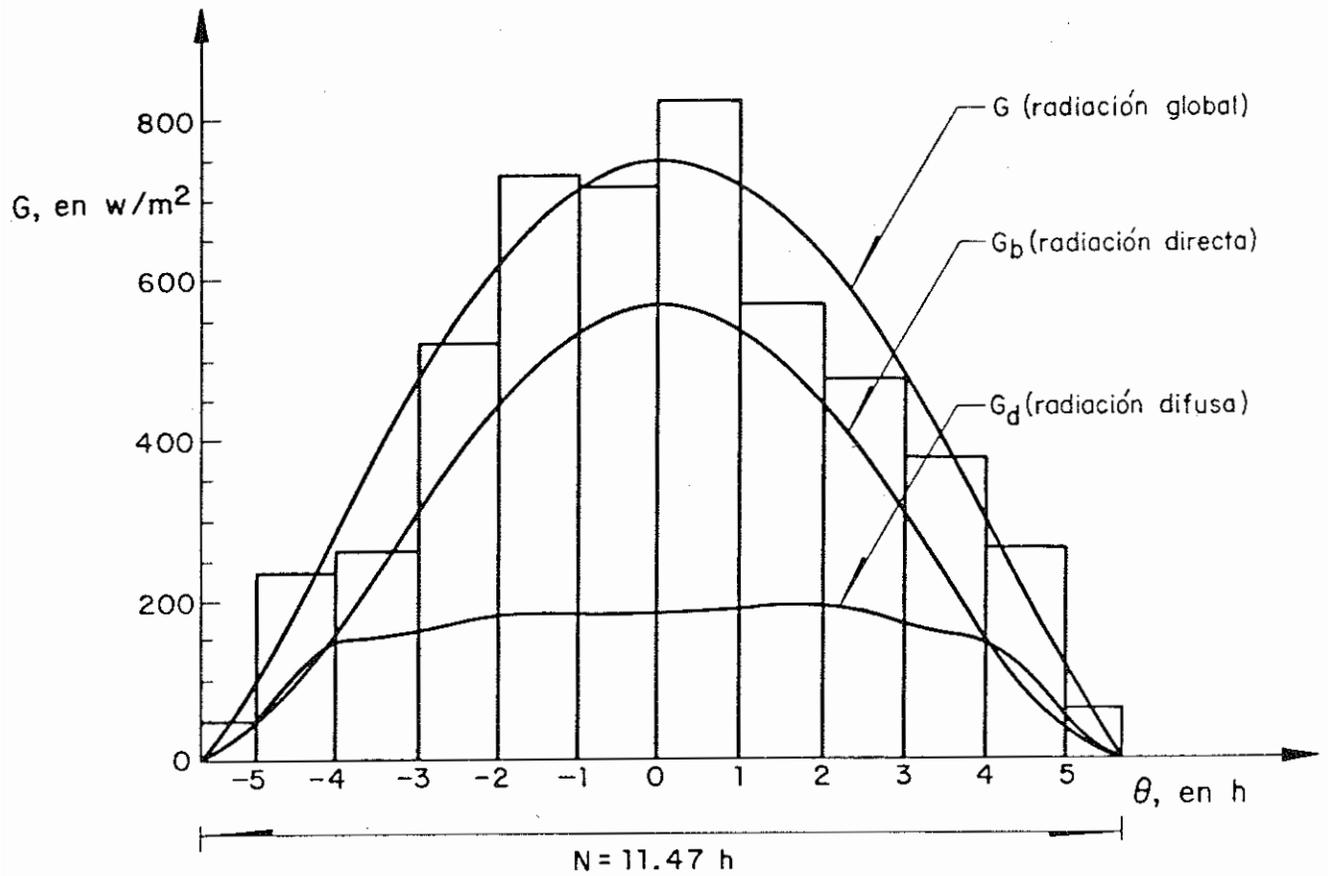


Fig 6. Distribución de la radiación solar global (G), directa (G_b) y difusa (G_d) del 21 de febrero de 1981 en México D.F. Los rectángulos verticales corresponden a mediciones piranométricas registradas en promedios horarios

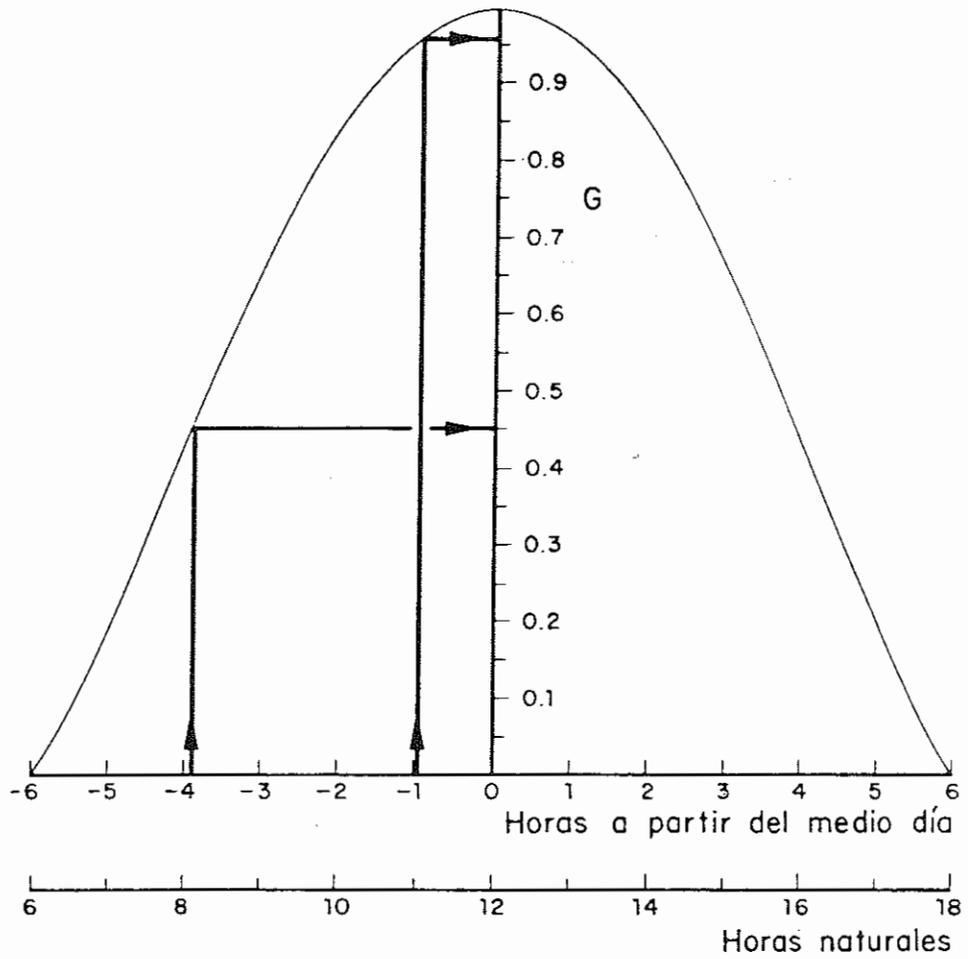


Fig 7. Distribución normalizada de la radiación solar global. Las flechas corresponden a las soluciones del ejemplo 7

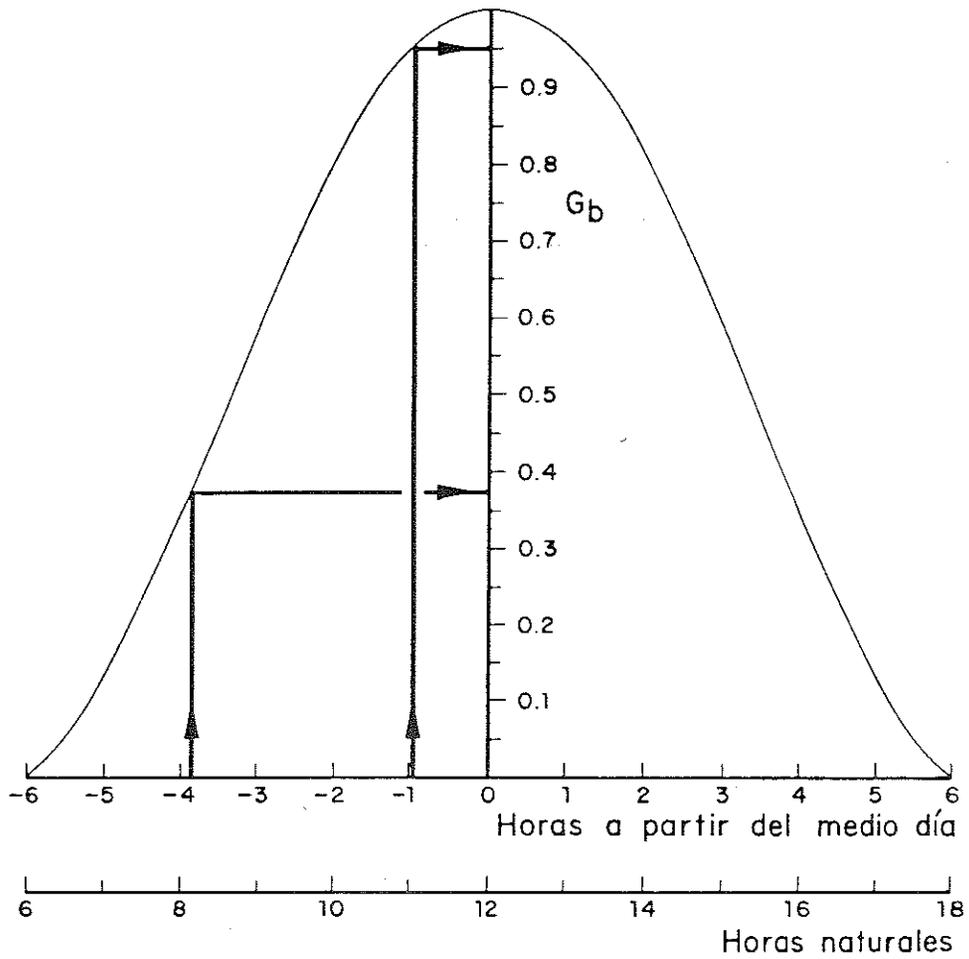


Fig 8. Distribución normalizada de la radiación solar directa. Las flechas corresponden a las soluciones del ejemplo 7

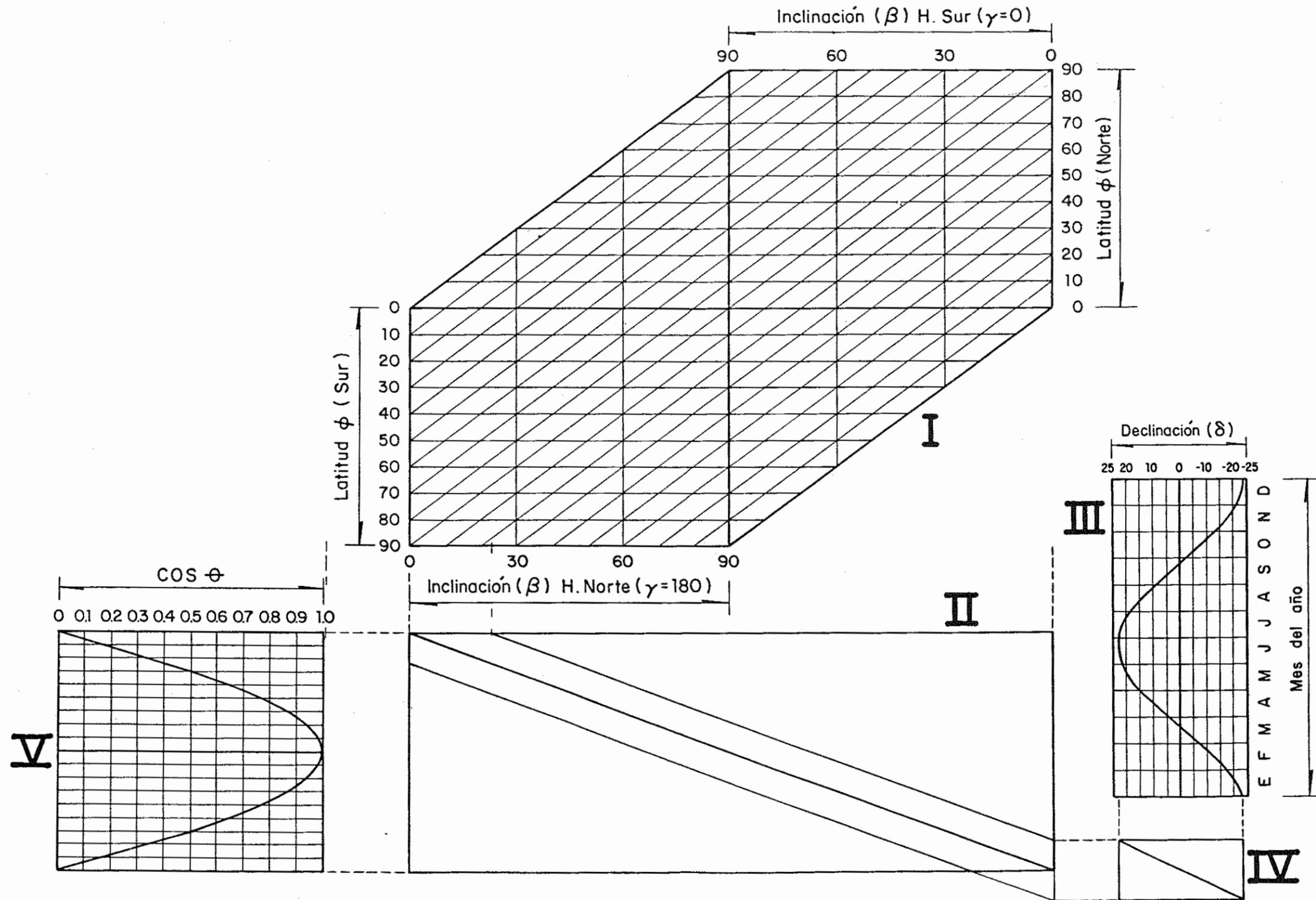
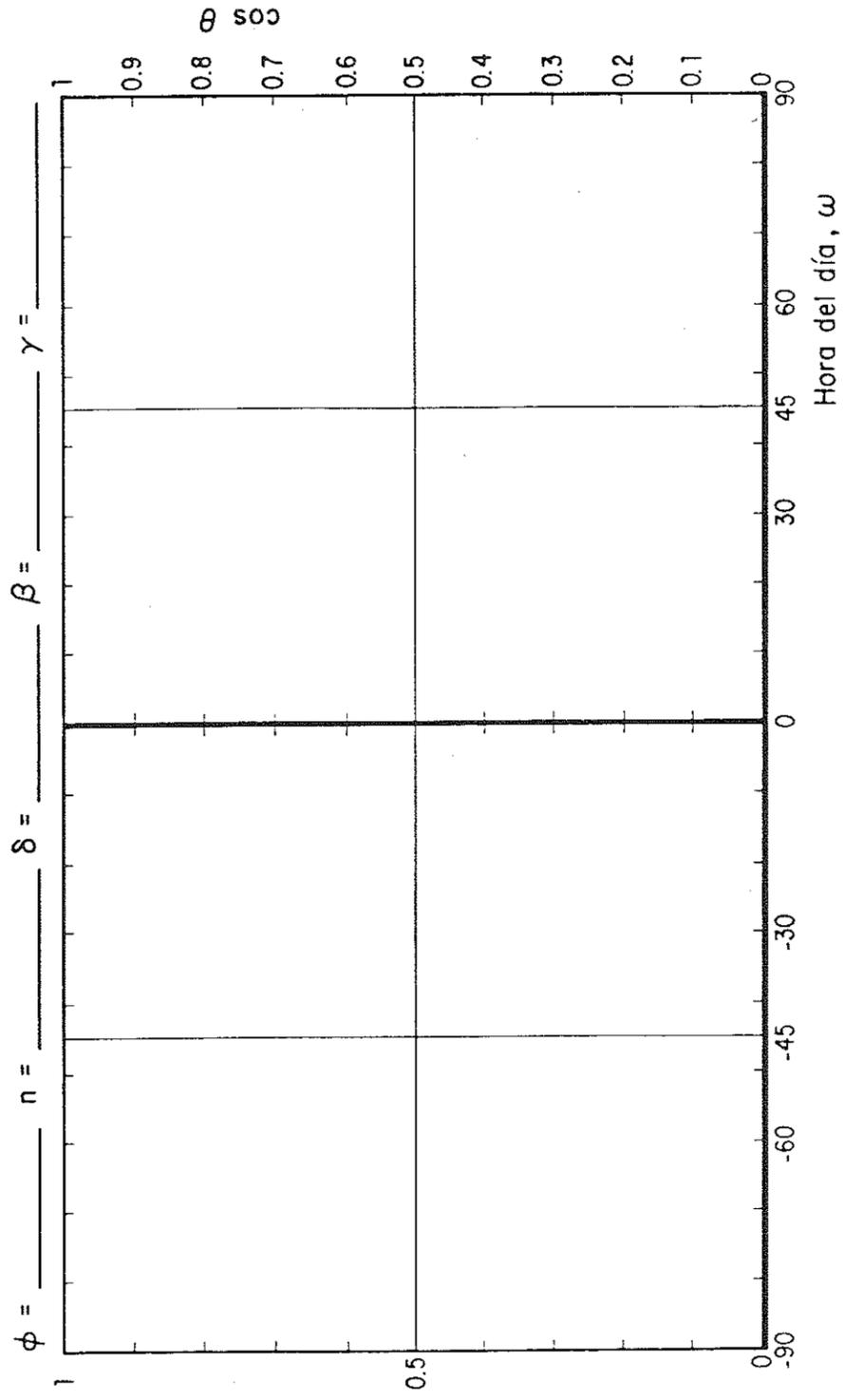


Fig 9. Nomograma para calcular el coseno del ángulo que forman la línea de incidencia de la radiación solar directa con la normal de un plano del cual se conoce la inclinación (β), latitud (ϕ) y el día del año al mediodía solar ($\omega = 0$)



$\phi - \delta = (\text{_____}) \rightarrow$ Tabla (s) No. (s) _____, $\cos \theta_z = (\text{_____}) / \omega = (\text{_____}) \rightarrow \cos \theta = (\text{_____})$

Proyecto _____ Fecha _____ Cálculo _____

Fig 10. Hoja auxiliar para el cálculo del factor R_b

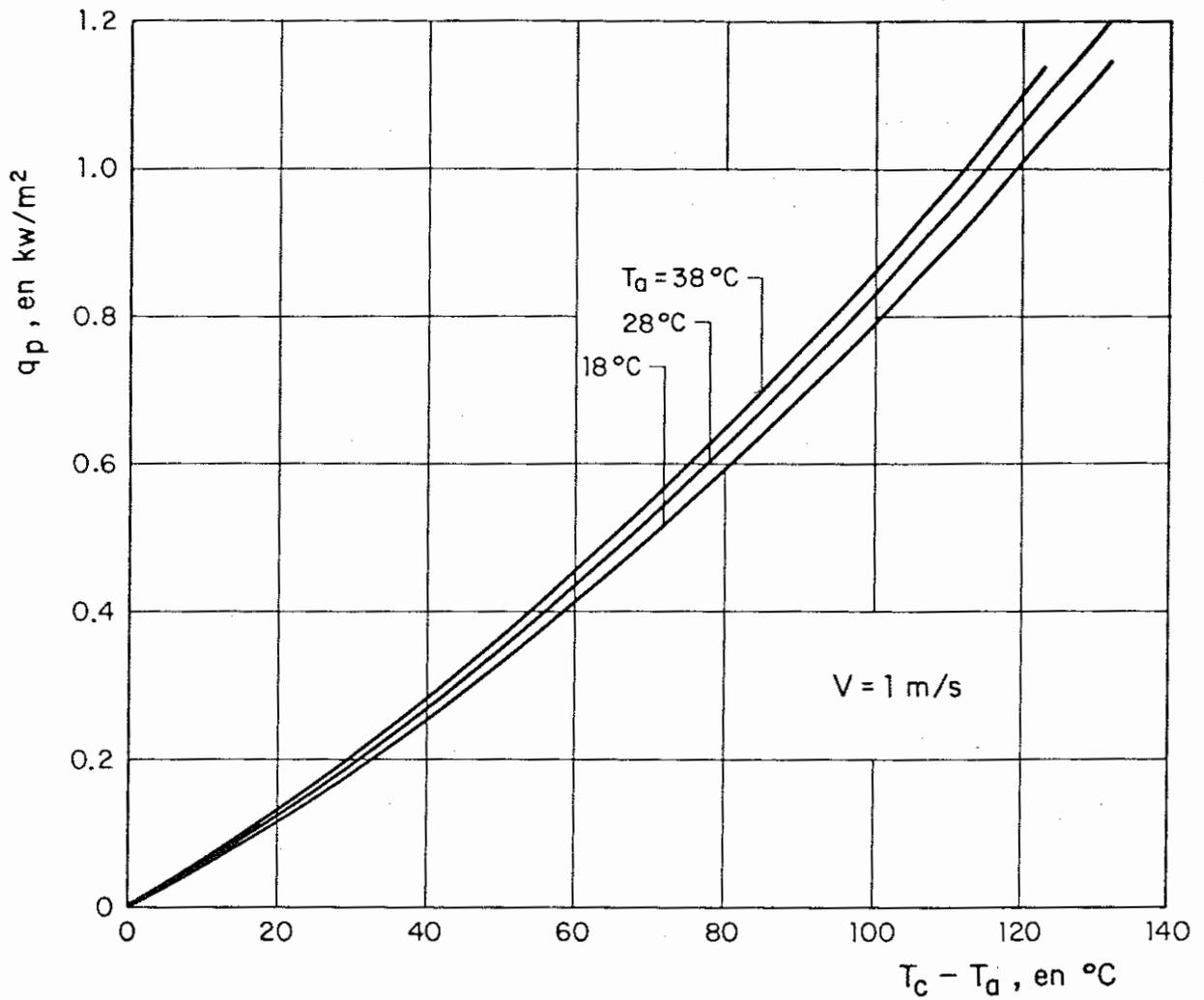


Fig 4. Pérdidas térmicas totales como función de $T_c - T_a$ para los casos típicos de $T = 18, 28$ y 38°C . Se considera una emisividad del absorbedor de 0.95 y la velocidad del viento de 1 m/s. Solución para la ecuación de Dropkin y Somerscales

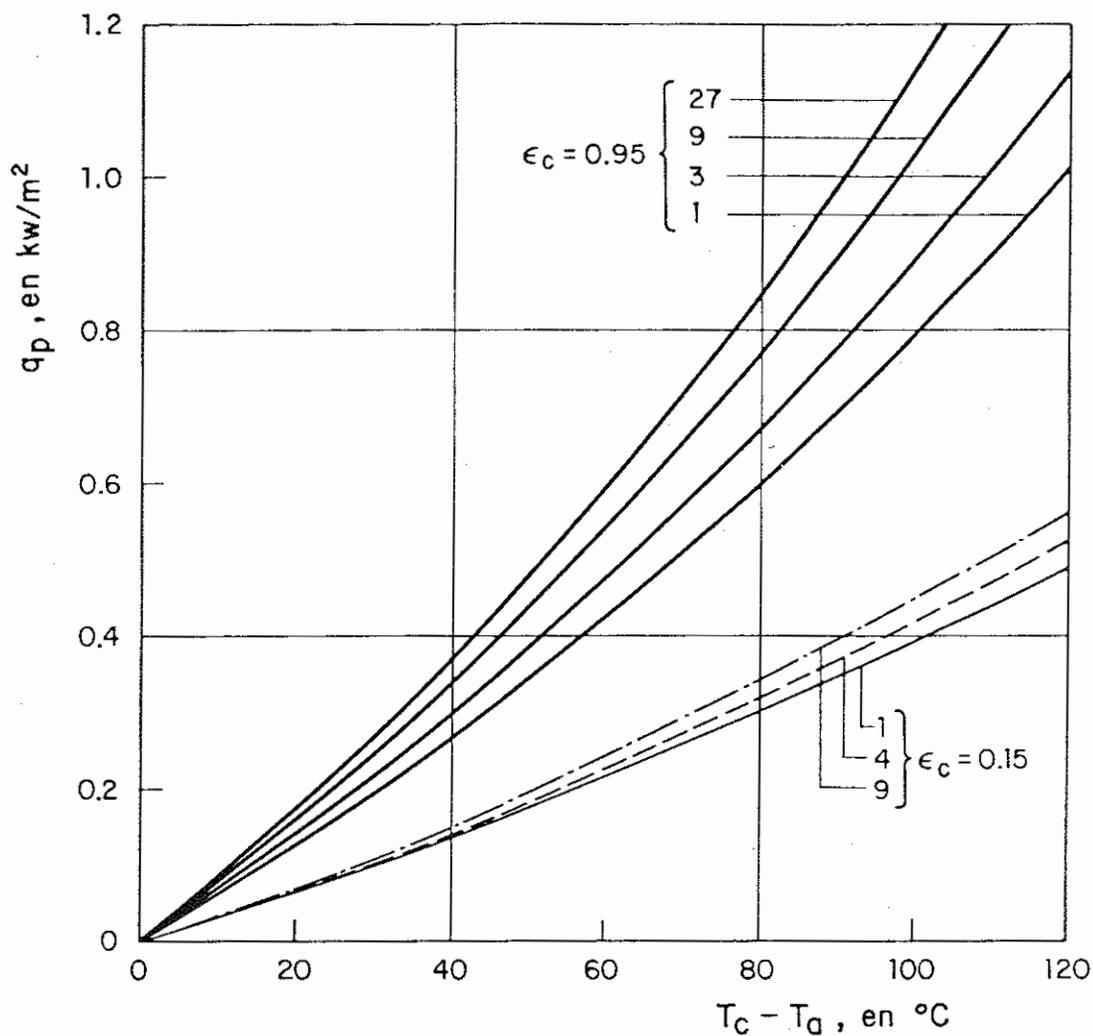


Fig 3. Pérdidas térmicas totales para velocidades de viento de 1,3,9 y 27 m/s con emitancia del absorbedor de 0.95 y temperatura ambiente de 18 °C.

Las curvas de la parte inferior son para vientos de 1,4 y 9 m/s con emitancia de 0.15 y temperatura del ambiente de 18 °C.

Solución considerando la ecuación de Hollands

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.258	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto ①

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	0.258	0.5	0.707	0.866	0.965	1
-75	0	0.258	0.5	0.707	0.866	0.965	1
-60	0	0.258	0.5	0.707	0.866	0.965	1
-45	0	0.258	0.5	0.707	0.866	0.965	1
-30	0	0.258	0.5	0.707	0.866	0.965	1
-15	0	0.258	0.5	0.707	0.866	0.965	1
0	0	0.258	0.5	0.707	0.866	0.965	1

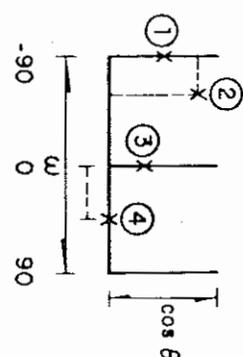
Punto ③

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	1	1	1	1	1	1
-90	-90	-75	-60	-45	-30	-15	0
-75	.965	.933	.974	.982	.991	.997	1
-75	90	-73	-58	-43	-28	-14	0
-60	.866	.875	.901	.935	.968	.991	1
-60	-90	-72	-55	-40	-26	-12	0
-45	.707	.73	.79	.865	.935	.983	1
-45	-90	-68	-50	-34	-21	-10	0
-30	0.5	.547	.661	.79	.901	.974	1
-30	-90	-61	-40	-26	-15	-7	0
-15	.258	0.395	.547	.73	.875	.968	1
-15	-90	-43	-23	-14	-7	-3	0
0	0	.258	.05	0.707	0.866	.965	1
0	-90	0	0	0	0	0	0

Punto ② $\frac{\cos \theta}{w}$

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	15	30	45	60	75	90
-75	0	16	32	46	61	76	90
-60	0	17	35	49	63	77	90
-45	0	21	40	55	68	79	90
-30	0	29	49	64	74	82	90
-15	0	45	66	75	82	86	90
0	90	90	90	90	90	90	90

Punto ④



$(\phi - \delta) = \boxed{0}$

Hoja 1 de 18

	β						
	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

γ

Punto ①

	β						
	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	.257	.498	.704	.862	.962	.996
-75	0.022	.279	.517	.72	.874	.968	.996
-60	.043	.299	.535	.735	.884	.973	.996
-45	.061	.317	.551	.748	.893	.978	.996
-30	.075	.33	.563	.757	.909	.981	.996
-15	.084	.334	.571	.763	.904	.984	.996
0	.087	.342	.573	.766	.906	.984	.996

γ

Punto ③

	β						
	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	.998	.998	.998	.996	.996	.996
-75	.996	.973	.933	.992	.998	.999	.996
-60	.886	.886	.921	.95	.984	.998	.996
-45	.86	.69	.53	.39	.25	.12	0
-30	.709	.753	.823	.894	.96	.995	.996
-15	.505	.585	.71	.836	.934	.99	.996
0	.087	.342	.573	.766	.906	.984	.996

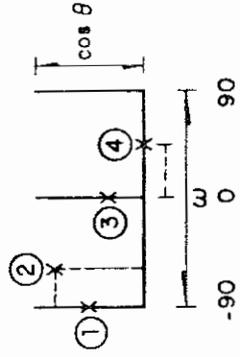
γ

Punto ②

	β						
	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	15	30	45	60	75	90
-75	1	17	32	47	61	76	90
-60	3	20	35	50	64	77	90
-45	5	25	42	56	68	79	90
-30	8	34	52	65	74	82	90
-15	16	54	68	76	82	86	90
0	90	90	90	90	90	90	90

γ

Punto ④



$(\phi - \delta) = 5$

Hoja 2 de 18

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β	0.965	0.933	0.866	0.707	0.5	0.298	0
γ	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-90	0.965	0.933	0.866	0.683	0.482	0.25	0
-75	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-60	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-45	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-30	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
-15	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto ①

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β	0.254	.492	.696	.852	.951	.984	0
γ	0	0.044	.298	.531	.728	.875	.962
-90	0	0.044	.298	.531	.728	.875	.962
-75	0.086	.338	.567	.757	.896	.973	.984
-60	0.122	.373	.598	.783	.914	.983	.984
-45	.15	0.4	.622	.802	.928	.99	.984
-30	.167	.416	.637	.814	.936	.994	.984
-15	.173	.422	.642	.819	.939	.996	.984
0	.173	.422	.642	.819	.939	.996	.984

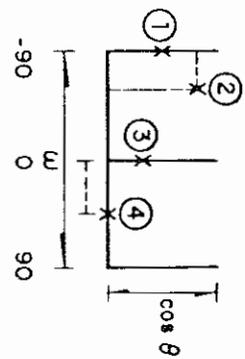
Punto ③

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β	.998	.995	.992	.988	.985	.984	0
γ	1	.998	.995	.992	.988	.985	.984
-90	1	.998	.995	.992	.988	.985	.984
-75	.966	.979	.99	.998	.999	.994	.984
-60	.86	.71	.57	.42	.28	.14	0
-45	.717	.778	.856	.929	.98	.999	.984
-30	.522	.627	.758	.877	.96	.998	.984
-15	.308	.486	.675	.835	.945	.996	.984
0	.173	.422	.642	.819	.939	.996	.984
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto ② $\frac{\cos \theta}{w}$

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β	0	15	30	45	60	75	90
γ	0	15	30	45	60	75	90
-90	0	15	30	45	60	75	90
-75	3	18	32	47	61	76	90
-60	6	22	37	51	64	77	90
-45	10	28	44	57	69	79	90
-30	16	39	55	66	75	82	90
-15	32	58	70	77	82	86	90
0	90	90	90	90	90	90	90

Punto ④



$(\phi - 8) = \boxed{10}$

Hoja 3 de 18

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto 1

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	.25	.482	.682	.836	.933	.965
-75	0.66	.314	.54	.73	.87	0.95	.965
-60	.129	.375	.595	.774	.901	.966	.965
-45	.183	.426	.641	.812	.928	.98	.965
-30	.224	.466	.677	.841	.948	.991	.965
-15	.25	.491	.699	.859	.961	.997	.965
0	.258	.5	.707	.866	.965	.999	.965

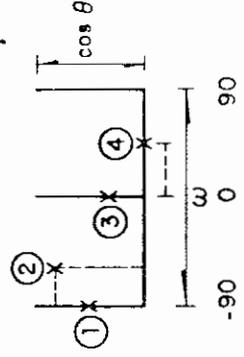
Punto 3

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	.997	.991	.982	.974	.968	.965
-75	.968	.984	.996	.999	.994	.982	.965
-60	.875	.916	.957	.987	.999	.991	.965
-45	.73	.805	.886	.953	.992	.997	.969
-30	.547	.671	.803	.912	.98	.999	.965
-15	.359	.551	.734	.878	.97	.999	.965
0	.258	.5	.707	.866	.961	.999	.965

Punto 2

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	15	30	45	60	75	90
-75	4	19	33	47	61	76	90
-60	8	24	38	52	64	77	90
-45	14	32	46	58	69	79	90
-30	24	44	57	67	75	82	90
-15	45	63	72	78	82	86	90
0	90	90	90	90	90	90	90

Punto 4



$(\phi - \delta) = 15$

Hoja 4 de 18

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto 1

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	.234	.453	.64	.784	.875	.906
-75	.109	.34	.547	.718	.839	.903	.906
-60	.211	.438	.636	.79	.89	.93	.906
-45	.298	.523	.711	.852	.934	.952	.906
-30	.366	.588	.77	.899	.967	.97	.906
-15	.408	.628	.806	.929	.988	.981	.906
0	.422	.642	.819	.939	.996	.984	.906

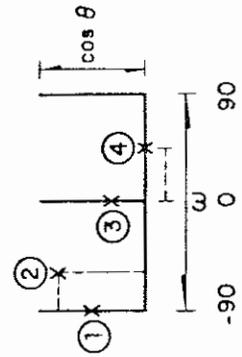
Punto 3

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	.993	.977	.954	.93	.912	.906
-75	.972	.992	.999	.991	.968	.937	.906
-60	.891	.944	.983	.999	.99	.956	.906
-45	.767	.86	.939	.987	.998	.97	.906
-30	.619	.76	.883	.966	.999	.978	.906
-15	.483	.676	.837	.947	.997	.983	.906
0	.422	.642	.819	.939	.996	.984	.906

Punto 2

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	14	28	42	57	73	90
-75	6	20	33	46	60	74	90
-60	14	28	40	52	64	76	90
-45	23	37	49	60	69	79	90
-30	37	51	61	68	75	82	90
-15	57	69	75	79	83	86	90
0	90	90	90	90	90	90	90

Punto 4



$(\phi - \delta) = 25$

Hoja 6 de 18

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto ①

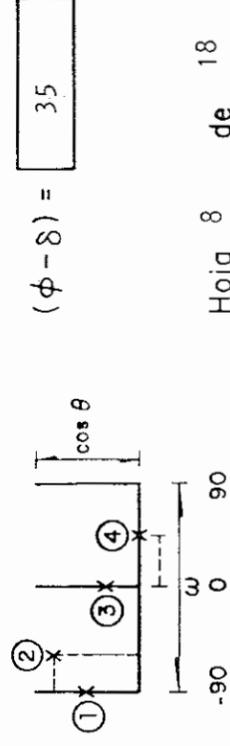
γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	.212	.409	.579	.709	.791	.819
-75	.148	.355	.538	.684	.783	.829	.819
-60	.286	.489	.657	.782	.852	.865	.819
-45	.405	.603	.76	.866	.912	.896	.819
-30	.496	.691	.839	.93	.957	.919	.819
-15	.554	.747	.889	.97	.986	.934	.819
0	.573	.766	.906	.984	.996	.939	.819

Punto ③

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	.988	.957	.913	.867	.832	.819
-75	.977	.998	.994	.966	.92	.866	.819
-60	.912	.968	.997	.993	.956	.893	.819
-45	.815	.911	.976	.999	.978	.914	.819
-30	.704	.843	.944	.995	.989	.928	.819
-15	.611	.787	.917	.988	.994	.936	.819
0	.573	.766	.906	.984	.996	.939	.819

Punto ②

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	12	25	39	55	72	90
-75	9	21	33	45	58	73	90
-60	18	30	41	52	63	75	90
-45	30	41	51	60	69	78	90
-30	45	55	63	69	75	82	90
-15	65	71	76	79	82	86	90
0	90	90	90	90	90	90	90



$$(\phi - \delta) = 35$$

Hoja 8 de 18

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto 1

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	.198	.383	.541	.663	.739	.766
-75	.166	.358	.527	.659	.746	.782	.766
-60	.321	.508	.661	.768	.824	.823	.766
-45	.454	.637	.776	.863	.89	.857	.766
-30	.556	.735	.865	.935	.941	.884	.766
-15	.62	.798	.92	.98	.973	.9	.766
0	.642	.819	.939	.996	.984	.906	.766

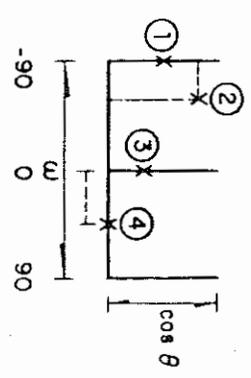
Punto 3

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	.985	.946	.89	.83	.783	.766
-75	.979	.999	.988	.949	.889	.821	.766
-60	.923	.978	.999	.982	.93	.852	.766
-45	.84	.934	.988	.997	.958	.876	.766
-30	.748	.88	.967	.999	.974	.893	.766
-15	.672	.835	.947	.997	.982	.902	.766
0	.642	.819	.939	.996	.984	.906	.766

Punto 2 $\frac{\cos \theta}{w}$

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	12	24	37	53	70	90
-75	10	21	32	44	57	72	90
-60	20	31	41	51	62	75	90
-45	33	43	52	60	68	78	90
-30	48	57	63	69	75	82	90
-15	67	72	76	79	82	86	90
0	90	90	90	90	90	90	90

Punto 4



$(\phi - \delta) =$ 40

Hoja 9 de 18

γ	β						
	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

1 Punto

γ	β						
	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	.183	.353	.5	.612	.693	.707
-75	.183	.359	.512	.629	.703	.73	.707
-60	.353	.524	.659	.75	.789	.774	.707
-45	.5	.665	.786	.853	.862	.812	.707
-30	.612	.774	.883	.933	.918	.841	.707
-15	.683	.842	.945	.982	.953	.859	.707
0	.707	.866	.965	.999	.965	.866	.707

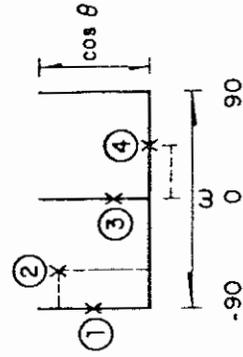
3 Punto

γ	β						
	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	.982	.935	.865	.79	.73	.707
-89	.982	.982	.935	.865	.79	.73	.707
-75	.982	.999	.98	.928	.853	.771	.707
-60	.939	.987	.998	.968	.9	.806	.707
-45	.865	.953	.996	.988	.931	.832	.707
-30	.79	.912	.984	.997	.951	.851	.707
-15	.73	.879	.971	.999	.962	.862	.707
0	.707	.866	.965	.999	.965	.866	.707

2 Punto

γ	β						
	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	11	22	35	51	69	90
-75	11	21	31	43	55	71	90
-60	22	32	41	51	61	74	90
-45	35	44	52	60	68	77	90
-30	51	58	64	69	75	81	90
-15	69	73	77	79	82	85	90
0	90	90	90	90	90	90	90

4 Punto



$(\phi - \delta) = 45$

Hoja 10 de 18

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β							
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto (1)

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β							
-90	0	.198	.383	.541	.663	.739	.766
-75	.166	.358	.527	.659	.746	.782	.766
-60	.321	.508	.661	.768	.824	.823	.766
-45	.454	.637	.776	.863	.89	.857	.766
-30	.556	.735	.865	.935	.941	.884	.766
-15	.62	.798	.92	.98	.973	.9	.766
0	.642	.819	.939	.996	.984	.906	.766

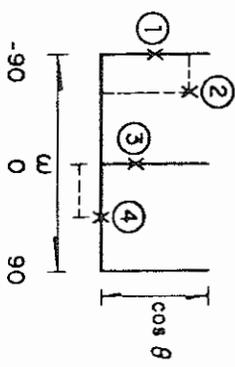
Punto (3)

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β							
-90	1	.985	.946	.89	.83	.783	.766
-75	.979	.999	.988	.949	.889	.821	.766
-60	.923	.978	.999	.982	.93	.852	.766
-45	.84	.934	.988	.997	.958	.876	.766
-30	.748	.88	.967	.999	.974	.893	.766
-15	.672	.835	.947	.997	.982	.902	.766
0	.642	.819	.939	.996	.984	.906	.766

Punto (2) $\frac{\cos \theta}{w}$

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β							
-90	0	12	24	37	53	70	90
-75	10	21	32	44	57	72	90
-60	20	31	41	51	62	75	90
-45	33	43	52	60	68	78	90
-30	48	57	63	69	75	82	90
-15	67	72	76	79	82	86	90
0	90	90	90	90	90	90	90

Punto (4)



$(\phi - \delta) = \boxed{40}$

Hoja 9 de 18

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

1 Punto

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	.166	.321	.454	.556	.62	.642
-75	.198	.357	.493	.594	.655	.672	.642
-60	.383	.536	.653	.725	.748	.72	.642
-45	.541	.689	.79	.837	.827	.761	.642
-30	.663	.807	.895	.923	.888	.792	.642
-15	.739	.881	.962	.977	.926	.812	.642
0	.766	.906	.984	.996	.939	.819	.642

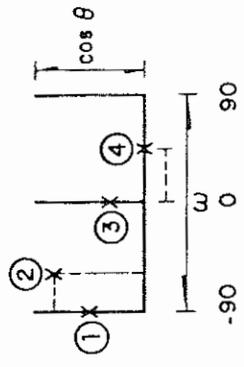
3 Punto

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	.979	.923	.84	.748	.672	.642
-75	.985	.999	.97	.905	.814	.716	.642
-60	.946	.993	.994	.949	.864	.753	.642
-45	.89	.97	.999	.975	.899	.782	.642
-30	.83	.94	.994	.988	.922	.802	.642
-15	.783	.915	.987	.994	.935	.815	.642
0	.766	.906	.984	.996	.939	.819	.642

2 Punto

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	10	20	33	48	67	90
-75	12	21	30	41	53	69	90
-60	24	33	41	50	60	72	90
-45	37	45	52	59	67	76	90
-30	53	59	64	69	74	81	90
-15	70	74	77	79	82	85	90
0	90	90	90	90	90	90	90

4 Punto



$(\phi - \delta) = 50$

Hoja 11 de 18

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β							
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto ①

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β							
-90	0	.148	.286	.405	.496	.554	.573
-75	.212	.353	.47	.555	.602	.608	.573
-60	.409	.544	.641	.695	.701	.66	.573
-45	.579	.707	.788	.815	.786	.703	.573
-30	.709	.833	.901	.907	.851	.737	.573
-15	.791	.912	.972	.965	.892	.758	.573
0	.819	.939	.996	.984	.906	.766	.573

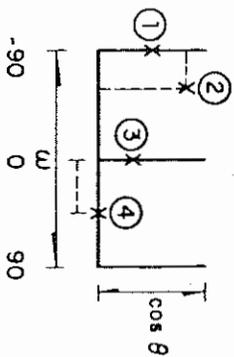
Punto ③

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β							
-90	1	.977	.912	.814	.704	.611	.573
-75	.988	.997	.959	.88	.772	.658	.573
-60	.957	.997	.986	.926	.824	.696	.573
-45	.914	.983	.998	.956	.861	.727	.573
-30	.867	.963	.999	.973	.887	.748	.573
-15	.832	.946	.997	.982	.901	.761	.573
0	.819	.939	.996	.984	.906	.766	.573

Punto ② $\frac{\cos \theta}{w}$

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β							
-90	0	9	18	30	44	65	90
-75	12	21	29	39	51	67	90
-60	25	33	40	49	58	71	90
-45	39	46	52	58	66	75	90
-30	55	60	64	69	73	80	90
-15	72	75	77	79	82	85	90
0	90	90	90	90	90	90	90

Punto ④



$(\phi - \delta) =$

Hoja 12 de 18

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto ①

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	.129	.25	.353	.433	.482	.5
-75	.224	.345	.444	.512	.545	.54	.5
-60	.433	.547	.625	.659	.649	.595	.5
-45	.612	.72	.78	.786	.739	.641	.5
-30	.75	.853	.899	.883	.808	.677	.5
-15	.836	.937	.974	.945	.851	.699	.5
0	.866	.965	.999	.965	.866	.707	.5

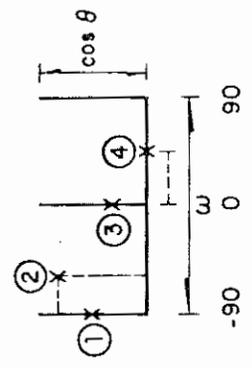
Punto ③

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	.974	.901	.79	.661	.547	.5
-75	.991	.995	.946	.853	.728	.595	.5
-60	.967	.999	.976	.9	.78	.635	.5
-45	.935	.992	.991	.931	.819	.666	.5
-30	.879	.97	.999	.962	.86	.702	.5
-15	.866	.965	.999	.965	.866	.707	.5
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto ② $\frac{w}{\cos \theta}$

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	8	16	26	41	61	90
-75	13	20	28	37	48	65	90
-60	26	33	40	47	56	69	90
-45	41	46	52	57	64	74	90
-30	56	90	64	68	73	79	90
-15	73	75	77	79	81	84	90
0	90	90	90	90	90	90	90

Punto ④



$(\phi - \delta) = 60$

Hoja 13 de 18

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto 1

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	.109	.211	.298	.365	.408	.422
-75	.234	.335	.414	.464	.483	.468	.422
-60	.453	.547	.603	.619	.592	.525	.422
-45	.64	.728	.766	.751	.686	.574	.422
-30	.784	.867	.891	.853	.758	.611	.422
-15	.875	.954	.969	.917	.803	.634	.422
0	.906	.984	.996	.939	.819	.642	.422

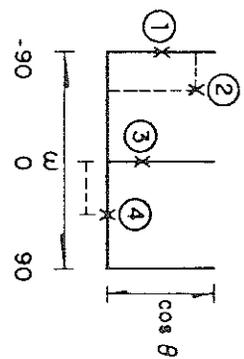
Punto 3

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	.972	.891	.767	.619	.483	.422
-75	.993	.991	.933	.826	.683	.531	.422
-60	.977	.999	.962	.87	.733	.571	.422
-45	.954	.998	.98	.902	.771	.602	.442
-30	.93	.992	.99	.923	.798	.624	.442
-15	.912	.987	.994	.935	.813	.638	.422
0	.906	.984	.996	.939	.819	.642	.422

Punto 2 $\frac{\cos \theta}{\pi}$

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	6	14	23	36	57	90
-75	14	20	26	34	45	61	90
-60	28	33	39	45	54	66	90
-45	42	47	51	56	63	72	90
-30	57	61	64	67	72	78	90
-15	73	75	77	79	81	84	90
0	90	90	90	90	90	90	90

Punto 4



$(\phi - 8) = 65$

Hoja 14 de 18

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

1 Punto

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	.088	.171	.241	.296	.33	.342
-75	.243	.323	.381	.413	.417	.393	.342
-60	.469	.542	.577	.574	.531	.451	.342
-45	.664	.73	.746	.711	.628	.502	.342
-30	.813	.874	.875	.817	.703	.54	.342
-15	.907	.965	.957	.883	.75	.565	.342
0	.939	.966	.984	.906	.766	.573	.342

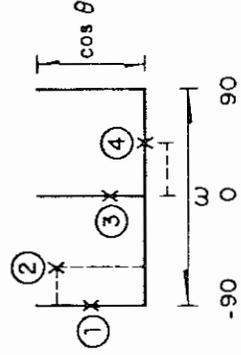
3 Punto

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	.969	.882	.747	.58	.419	.342
-75	.995	.987	.919	.798	.638	.465	.342
-60	.985	.996	.946	.839	.685	.504	.342
-45	.97	.999	.965	.869	.72	.534	.342
-30	.955	.998	.976	.89	.746	.556	.342
-15	.943	.997	.982	.902	.761	.569	.342
0	.939	.996	.984	.906	.766	.573	.342

2 Punto

γ	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	5	11	19	30	51	90
-75	14	19	24	31	40	57	90
-60	28	33	38	43	50	63	90
-45	43	47	51	55	60	69	90
-30	58	61	64	66	70	76	90
-15	74	75	77	78	80	83	90
0	90	90	90	90	90	90	90

4 Punto



$(\phi - \delta) = 70$

Hoja 15 de 18

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β							
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

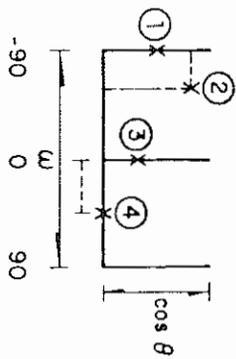
Punto ①

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β							
-90	0	0.066	.129	.183	.224	.249	.258
-75	.25	.308	.345	.359	.349	.314	.258
-60	.482	.533	.547	.524	.465	.374	.258
-45	.683	.726	.72	.665	.565	.426	.258
-30	.836	.875	.853	.774	.642	.466	.258
-15	.933	.968	.937	.842	.69	.491	.258
0	.965	1	.965	.866	.707	.5	.258

Punto ③

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β							
-90	1	.968	.875	.73	.547	.359	.258
-90	-90	-85	-81	-74	-65	-45	0
-75	.997	.982	.905	.771	.595	.401	.258
-75	-74	-71	-67	-61	-53	-37	0
-60	.991	.991	.928	.806	.635	.436	.258
-60	-60	-56	-53	-48	-42	-30	0
-45	.982	.997	.945	.832	.666	.464	.258
-45	-45	-42	-39	-36	-31	-22	0
-30	.974	.999	.957	.851	.689	.484	.258
-30	-30	-28	-26	-24	-20	-15	0
-15	.968	.999	.963	.862	.702	.495	.258
-15	-15	-13	-12	-11	-10	-7	0
0	.965	.999	.965	.866	.707	.5	.258
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto ② $\frac{\cos \theta}{w}$



$(\phi - \delta) =$ 75

Hoja 16 de 18

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
β							
-90	0	4	9	14	24	44	90
-75	14	18	22	28	35	51	90
-60	29	32	36	40	47	58	90
-45	44	47	50	53	58	66	90
-30	59	61	63	65	68	74	90
-15	74	75	76	78	79	82	90
0	90	90	90	90	90	90	90

Punto ④

γ	β						
	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto ①

γ	β						
	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	.044	0.086	.122	.15	.167	.173
-75	.254	.291	.307	.303	.277	.233	.173
-60	.492	.52	.513	.47	.396	.295	.173
-45	.696	.717	.689	.615	.498	.347	.173
-30	.852	.868	.825	.725	.576	.388	.173
-15	.951	.963	.91	.795	.626	.413	.173
0	.984	.996	.939	.819	.642	.422	.173

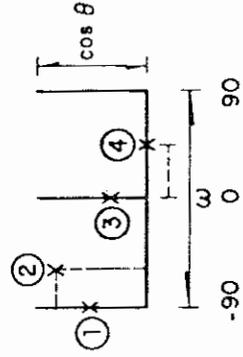
Punto ③

γ	β						
	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	.966	.87	.717	.521	.308	.173
-75	.998	.977	.891	.747	.557	.342	.173
-60	.995	.985	.908	.772	.587	.37	.173
-45	.992	.99	.922	.792	.611	.393	.173
-30	.988	.993	.932	.807	.628	.409	.173
-15	.985	.995	.937	.816	.639	.419	.173
0	.984	.996	.939	.819	.642	.422	.173

Punto ②

γ	β						
	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	3	6	10	16	32	90
-75	15	17	20	24	29	43	90
-60	30	32	34	37	42	52	90
-45	44	46	48	51	54	61	90
-30	60	61	62	64	66	71	90
-15	75	75	76	77	78	80	90
0	90	90	90	90	90	90	90

Punto ④



$(\phi - \delta) = 80$

Hoja 17 de 18

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	0.965	0.866	0.707	0.5	0.298	0
-75	0.965	0.933	0.836	0.683	0.482	0.25	0
-60	0.866	0.833	0.75	0.612	0.433	0.224	0
-45	0.707	0.683	0.612	0.5	0.353	0.183	0
-30	0.5	0.482	0.433	0.353	0.25	0.129	0
-15	0.258	0.25	0.224	0.183	0.129	0.066	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Punto ①

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	.022	.043	.061	.075	.084	.087
-75	.257	.271	.266	.243	.204	.15	.087
-60	.498	.503	.474	.413	.324	.213	.087
-45	.704	.702	.653	.559	.427	.266	.087
-30	.862	.859	.79	.671	.506	.307	.087
-15	.962	.952	.876	.742	.556	.333	.087
0	.996	.984	.906	.766	.573	.342	.087

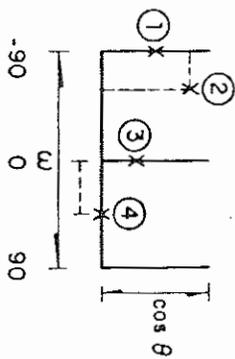
Punto ③

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	1	.966	.866	.709	.505	.272	0.87
-75	.999	.971	.877	.725	.524	.291	.087
-60	.998	.976	.887	.738	.541	.309	.087
-45	.997	.979	.895	.75	.554	.323	.087
-30	.996	.982	.901	.75	.565	.333	.087
-15	.996	.984	.904	.764	.571	.339	.087
0	.996	.984	.906	.766	.573	.342	.087

Punto ② $\frac{\cos \theta}{\pi}$

	+90	+75	+60	+45	+30	+15	0
-90	0	2	3	5	8	18	90
-75	15	16	18	19	22	31	90
-60	30	31	32	34	36	43	90
-45	45	46	47	48	50	54	90
-30	60	60	61	62	63	67	90
-15	75	75	76	76	76	79	90
0	90	90	90	90	90	90	90

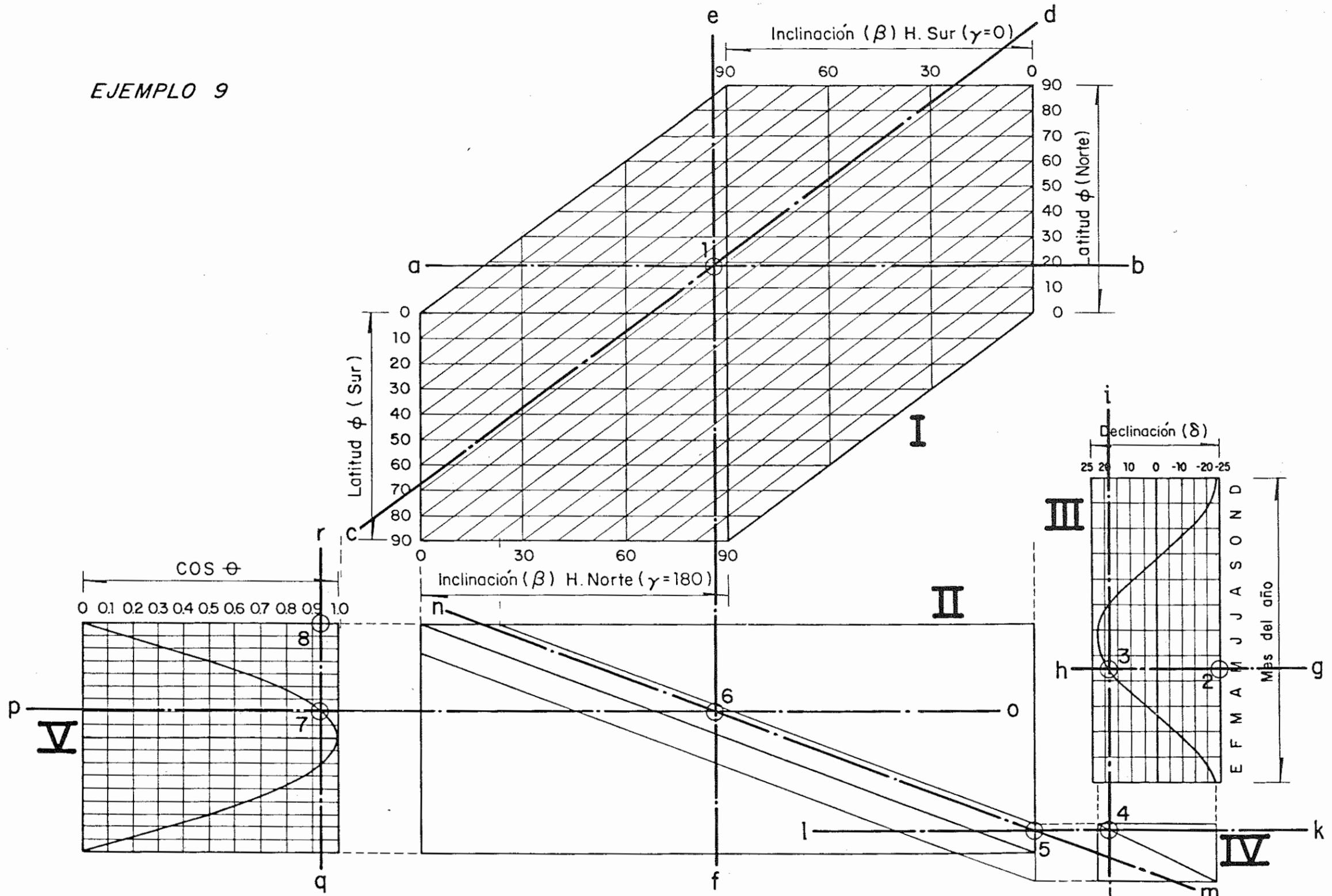
Punto ④



$(\phi - \delta) = \boxed{85}$

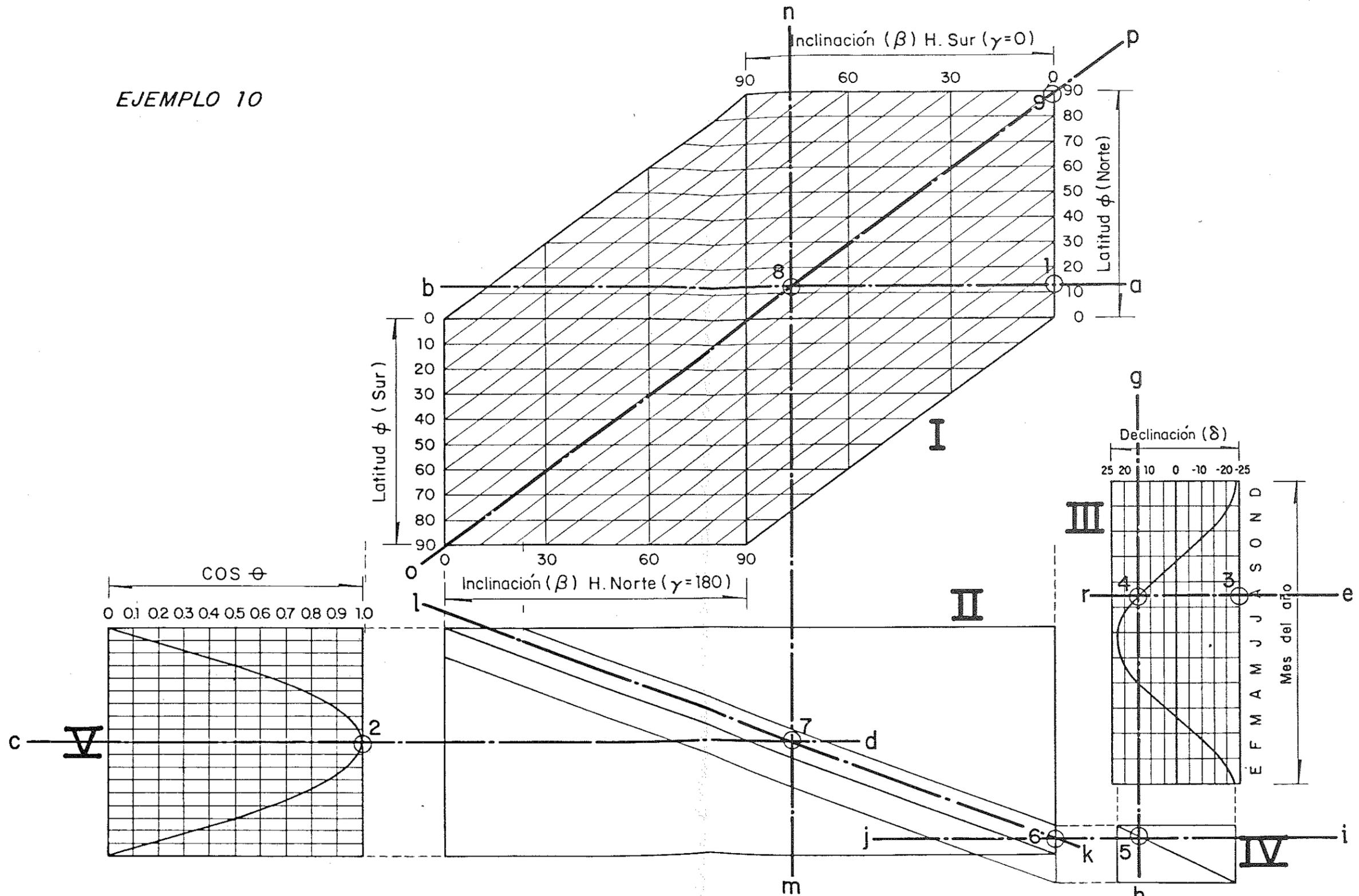
Hoja 18 de 18

EJEMPLO 9



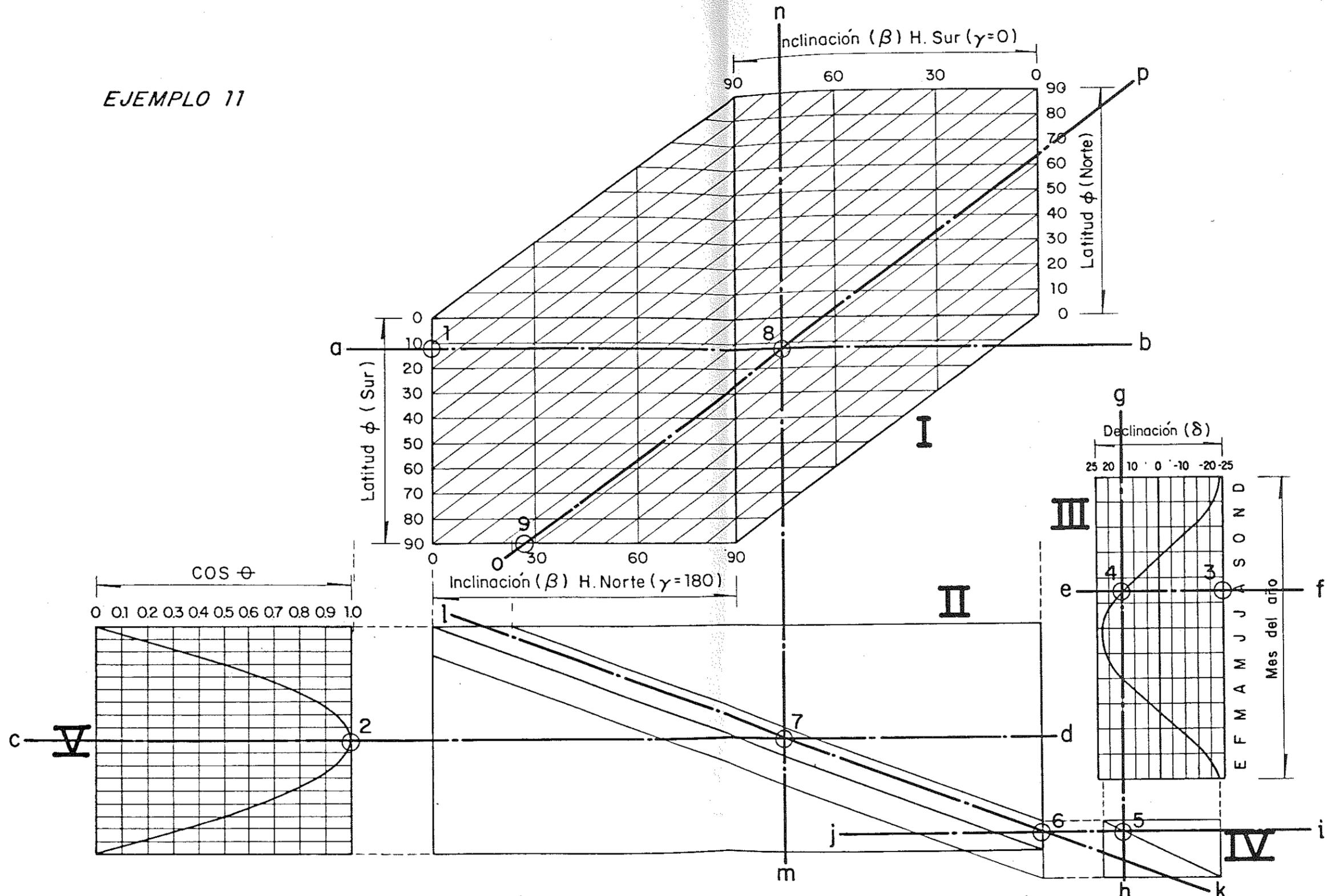
Nomograma para calcular el coseno del ángulo que forman la línea de incidencia de la radiación solar directa con la normal de un plano del cual se conoce la inclinación (β) la latitud (ϕ) y el día del año al mediodía solar ($\omega=0$)

EJEMPLO 10



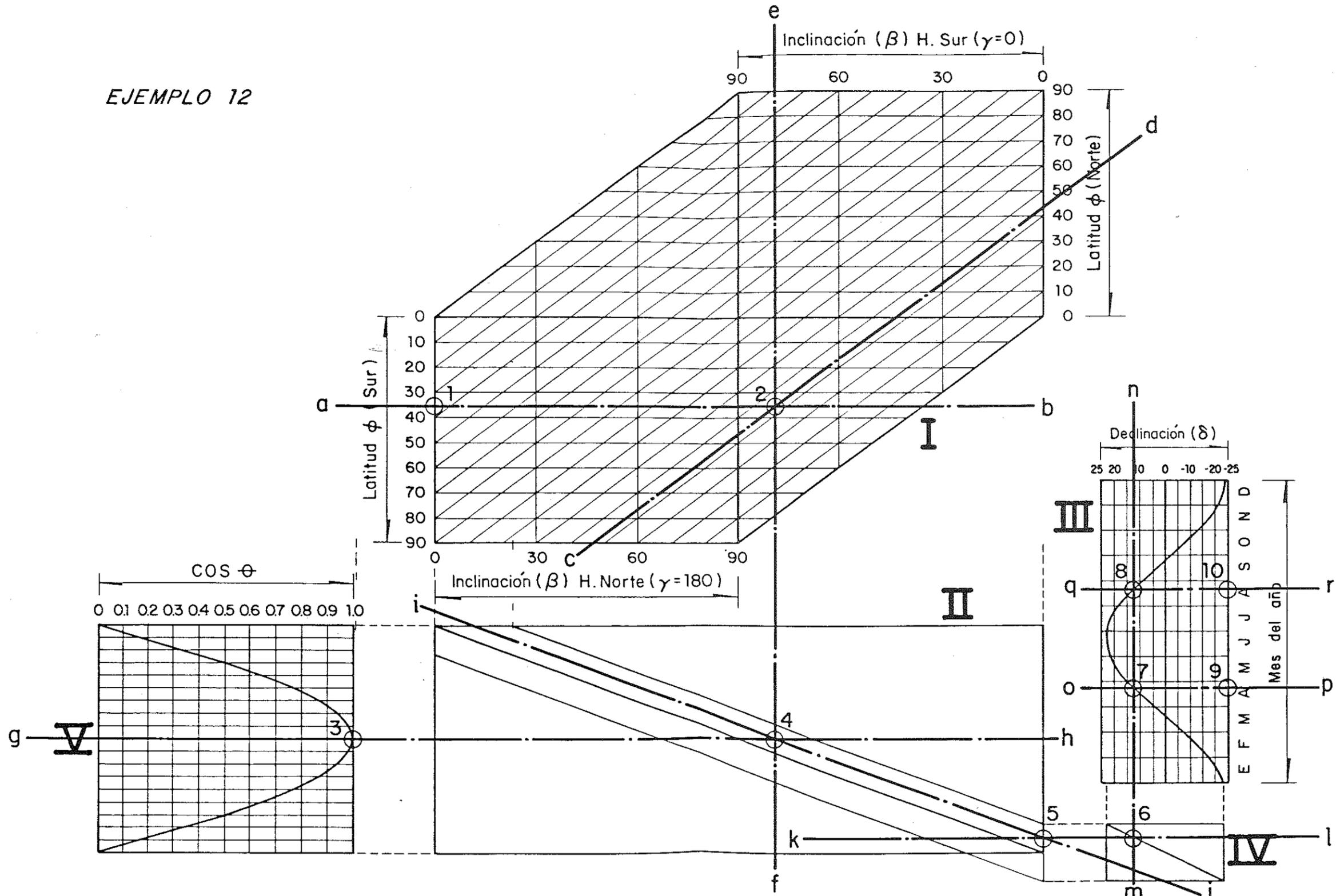
Nomograma para calcular el coseno del ángulo que forman la línea de incidencia de la radiación solar directa con la normal de un plano del cual se conoce la inclinación (β) la latitud (ϕ) y el día del año al mediodía solar ($\omega=0$)

EJEMPLO 11



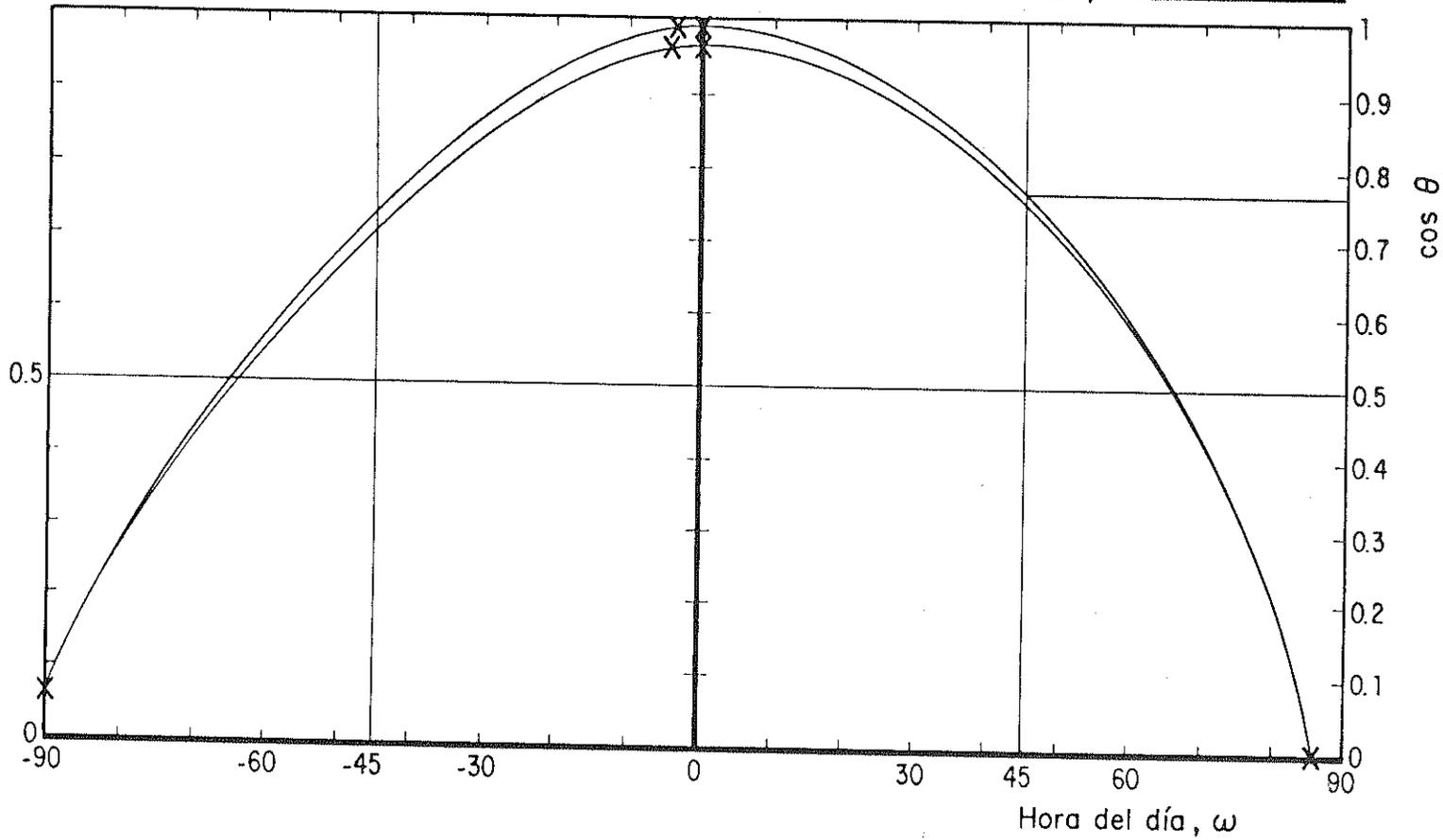
Nomograma para calcular el coseno del ángulo que forman la línea de incidencia de la radiación solar directa con la normal de un plano del cual se conoce la inclinación (β) la latitud (ϕ) y el día del año al mediodía solar ($\omega = 0$)

EJEMPLO 12



Nomograma para calcular el coseno del ángulo que forman la línea de incidencia de la radiación solar directa con la normal de un plano del cual se conoce la inclinación (β) la latitud (ϕ) y el día del año al mediodía solar ($\omega=0$)

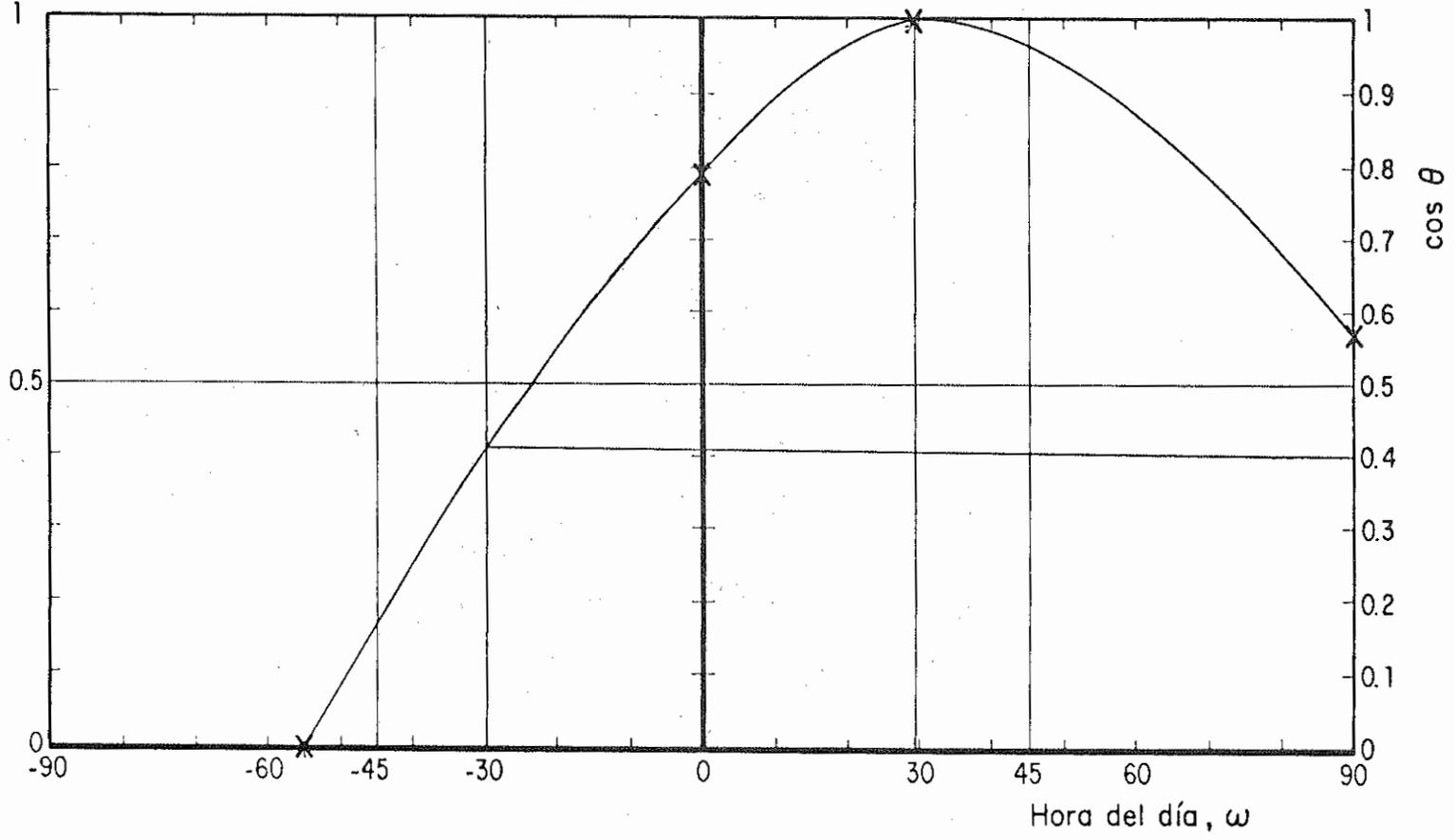
$\phi = 14 N$ $n = 2.39$ $\delta = 9.59$ $\beta = 15$ $\gamma = -15$



$\phi - \delta = (4.41) \rightarrow$ Tabla (s) No.(s) 1 y 2 , $\cos \theta_z = (0.986) / \omega = (45) \rightarrow \cos \theta = (0.78)$

Proyecto 3131 Fecha 14 dic. 83 Calculó O. de B.

$\phi = 12.59$ $n = 4$ $\delta = -22.74$ $\beta = 55$ $\gamma = 45$



$\phi - \delta = (45.24) \rightarrow$ Tabla(s) No.(s) 10, $\cos \theta_z = (0.707) / \omega = (30) \rightarrow \cos \theta = (0.4)$

Proyecto 3131 Fecha 2 enero 84 Calculó O. de B.

Ejemplo 14

VOLUMEN 2

Referencias

- (1) Estrada-Cajigal V, Fernández JL, "Modelos de Simulación" Parte 2, Volumen 1. "Solari-
metría y Evaluación Energética Solar", Serie Documentos PLACE N° 9, OLADE, 1983.
- (2) Fernández JL. "Procedimiento de evaluación térmica de captadores solares planos", ela-
borado para OLADE, informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, diciembre de 1983,
México.
- (3) Fernández JL, "Introducción al estudio de los sistemas solares activos", informe del Ins-
tituto de Ingeniería, UNAM, noviembre de 1982, 195 pp, México.
- (4) Fernández JL, "Modelo simplificado para calcular pérdidas térmicas de captadores sola-
res planos", elaborado para OLADE, informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, julio de
1983, 27 pp, México
- (5) De Buen O, "Medición directa de la radiación solar". Parte 1. Volumen 1. "Solari-
metría y Evaluación Energética Solar", Serie Documentos PLACE N° 9, OLADE, 1983.