

20-202
(294L)

OLADE
Organización Latinoamericana de Energía
CENTRO DE INFORMACION

DEMANDA DE ENERGIA EN EL ESTUDIO NACIONAL DE ENERGIA-ENE
DE COLOMBIA
METODOLOGIA Y RESULTADOS

Por: Diego F. Otero Prada

COLOMBIA / DEMANDA DE ENERGIA / METODOLOGIA /
ENE (ESTUDIO NACIONAL DE ENERGIA) /

Bogotá, julio 1984

DEMANDA DE ENERGIA EN EL ESTUDIO NACIONAL
DE ENERGIA-ENE DE COLOMBIA^{1/}
METODOLOGIA Y RESULTADOS

Diego F. Otero Prada

1. INTRODUCCION

En 1979 el Departamento Nacional de Planeación de Colombia, como parte del plan de desarrollo para el período 1978-1982, emprendió la realización de un estudio de energía que sirviera de elemento para la definición de la política energética del país. Después de dos años de trabajo, en el cual participaron cerca de 50 profesionales colombianos, en mayo de 1982 se entregaron los resultados de lo que se llama desde entonces el Estudio Nacional de Energía - ENE.

El objeto del presente documento es el de dar a conocer la metodología para el cálculo de la demanda de energía. Es la experiencia de un país latinoamericano, cuya utilidad puede ser benéfica para otros países de la región que están embarcados en la realización de planes nacionales de energía.

2. CONSIDERACIONES GENERALES

Para el cálculo de la demanda de energía en el período 1980-2000 el ENE consideró los siguientes sectores:

Industrial
Residencial
Transporte

^{1/} El presente documento se basa en los trabajos realizados en el Estudio Nacional de Energía-ENE. Mención especial debo hacer a los Codirectores del estudio, Srs. Guillermo Perry y Manuel Ramírez, y a Mauricio Rubio, Rodrigo Villamizar y Bernardo Kugler, quienes participaron directamente en el diseño y aplicación de la metodología.

Comercial y Servicios
Público y Alumbrado
Otros Sectores

El procedimiento consistió en determinar la demanda en los niveles regional y nacional para los siguientes productos energéticos:

Electricidad
Carbón
Derivados del petróleo
LGP
Gas
Leña

En cuanto a la metodología, los modelos del ENE corresponden a la clase de los técnico-económicos. Por una parte, se hace uso del análisis de los procesos tecnológicos en el modelo de transporte y, de otra parte, se utilizan métodos econométricos para el análisis detallado de las posibilidades de sustitución en los sectores industrial, residencial y comercial. Con los modelos se realizaron proyecciones de demanda por productos energéticos bajo alternativas diferentes de desarrollo económico, de precios internacionales del petróleo, el carbón y de política energética.

Para el análisis regional se dividió al país en cuatro zonas:

Norte: Departamentos de la Costa Atlántica
Noroeste: Antioquia, Choco, Caldas, Quindío y Risayalba
Suroeste: Valle Cauca y Nariño
Central: Resto del país con excepción de los Territorios Nacionales

En la figura No. 1 se presenta el esquema general y desagregación que se utilizó para el cálculo de la demanda de energía.

3. DEMANDA DE ENERGIA EN EL SECTOR INDUSTRIAL

Se dividió a la industria en cuatro sectores de acuerdo con su contenido energético, siendo el sector uno el más intensivo en energía y el cuatro el menos intensivo.

Los cuatro sectores de la industria manufacturera están formados por las siguientes agrupaciones de la clasificación CIIU:

Sector 1. Papel y productos de papel; sustancias químicas industriales; objetos barro, loza y porcelana; vidrio y productos de vidrio; otros productos minerales no metálicos; industrias básicas de hierro y acero; derivados del petróleo.

Sector 2. Fabricación de textiles, madera y productos de madera y corcho excepto muebles; productos de caucho; productos de plástico; industrias básicas de metales no ferrosos.

Sector 3. Productos alimenticios, bebidas, cueros y pieles excepto los de caucho y plástico; muebles y accesorios excepto los metálicos; productos metálicos; maquinaria excepto la eléctrica; maquinaria, aparatos y suministros eléctricos, material profesional y científico; otras industrias.

Sector 4. Industrias de tabaco; prendas de vestir excepto calzado; imprentas, editoriales e industrias conexas; otros productos químicos; equipo y material de transporte.

Para determinar la demanda de energía se partió de la siguiente forma funcional:

$$\ln Q_i = a + b \ln P_i + c \ln P_s + d \ln PI$$

Q_i = demanda de insumo energético i.

P_i = precio del insumo energético i.

P_s = precio del insumo competitivo

PI = producción industrial

3.1 Energía Eléctrica

La función anterior se aplicó a las cuatro regiones tanto a nivel de la industria total, como por sectores. Se utilizó el método de máxima verosimilitud para un proceso autoregresivo de primer orden en los términos aleatorios.

Para el caso de las ecuaciones a nivel regional se tuvieron los resultados indicados en el Cuadro No. 1. P_i representa la tarifa eléctrica real promedio de la región i . Como sustituto se tomó el índice de precios de los derivados del petróleo. Las ecuaciones muestran que no hay diferencias regionales estadísticamente significativas, excepto con los de la región III donde las elasticidades con respecto a las tarifas y los sustitutos son menores que en otras regiones, explicable por no haberse tomado en cuenta el bagazo de caña, muy importante en esa región.

CUADRO NO. 1

ECUACIONES DE LA DEMANDA POR ENERGIA ELECTRICA EN EL SECTOR INDUSTRIAL SEGUN REGIONES

$$\ln Q_1 = -2.2063 - 0.4785 \ln P_1 + 0.4241 \ln P_{d1} + 0.003 \ln PI_1$$

(-3.83) (3.55) (10.25)

$$R^2 = 0.9832$$

$$\ln Q_2 = -2.5156 - 0.4789 \ln P_2 + 0.6277 \ln P_{d2} + 0.8264 \ln PI_2$$

(-3.35) (3.27) (8.14)

$$R^2 = 0.9718$$

$$\ln Q_3 = -3.3903 - 0.0023 \ln P_3 + 0.1021 \ln P_{d3} + 1.058 \ln PI_3$$

(-0.28) (1.33) (11.54)

$$R^2 = 0.9485$$

$$\ln Q_4 = 0.57918 - 0.3971 \ln P_4 + 0.3682 \ln P_{d4} + 0.9458 \ln PI_4$$

(-4.17) (3.85) (9.45)

$$R^2 = 0.9843$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

Q_i = demanda de energía eléctrica en la región i

P_i = tarifa eléctrica promedio

P_{di} = índice de precios de los derivados del petróleo en la región i

PI_i = valor de la producción industrial en la región i

Q = demanda total de energía eléctrica

Si se analizan las ecuaciones en cada región, desagregadas por los cuatro sectores industriales, se tiene que la elasticidad con respecto a la tarifa eléctrica como con respecto al sustituto disminuyen con el número del sector, lo cual es de esperarse ya que el sector 1 es el más intensivo en energía y donde son mayores las posibilidades de sustitución (Ver Cuadro No. 2).

CUADRO NO. 2

ECUACIONES DE LA DEMANDA POR ENERGIA ELECTRICA EN LA REGION 1 POR SECTORES INDUSTRIALES

$$\ln Q_{11} = 46.51 - 0.446 \ln P_{11} + 0.342 \ln P_{d11} + 1.331 \ln PI_{11}$$

(-1.809) (1.857) (2.809)

$$R^2 = 0.968$$

$$\ln Q_{12} = 1.375 - 0.218 \ln P_{12} + 0.197 \ln P_{d12} + 1.237 \ln PI_{12}$$

(-3.015) (5.713) (4.012)

$$R^2 = 0.961$$

$$\ln Q_{13} = 4.437 - 0.175 \ln P_{13} + 0.026 \ln P_{d13} + 1.061 \ln PI_{13}$$

(-2.062) (0.069) (1.856)

$$R^2 = 0.969$$

$$\ln Q_{14} = 0.357 - 0.112 \ln P_{14} + 0.043 \ln P_{d14} + 1.078 \ln PI_{14}$$

(-1.199) (0.539) (0.539)

$$R^2 = 0.969$$

Q_{1i} = demanda por energía en la región 1 para el sector i

P_{1i} = tarifa eléctrica promedio real en la región 1 para el sector i

P_{d1i} = índice de precios de los derivados del petróleo en la región 1 para el sector i

PI_{1i} = producción industrial en la región 1 del sector i

3.2 Derivados del Petróleo

Primero se proyecta el gasto regional en derivados del petróleo como una función de la tarifa eléctrica, el precio de los derivados del petróleo y la producción industrial (Ver Cuadro No. 3). Posteriormente se calculan las ecuaciones a nivel nacional para el diesel, kerosene, fuel oil y gas natural, con los resultados que se muestran en el Cuadro No. 4.

CUADRO NO. 3

ECUACIONES DEL GASTOS EN DERIVADOS DEL PETROLEO EN EL
SECTOR INDUSTRIAL POR REGIONES

$$G_1 = -1.5034 - 0.641 \ln P_{d1} + 0.6157 \ln P_1 + 0.9275 \ln C_1$$

(2.182) (-2.374) (6.735)

$$R^2 = 0.8732$$

$$G_2 = -1.8231 - 0.655 \ln P_{d2} + 0.6227 \ln P_2 + 0.8683 \ln C_2$$

(2.182) (-2.918) (6.182)

$$R^2 = 0.9228$$

$$G_3 = -1.465 - 0.2065 \ln P_{d3} + 0.1254 \ln P_3 + 0.8042 \ln C_3 \quad (8)$$

(1.1216) (1.8513) (5.174)

$$R^2 = 0.8528$$

$$G_4 = -1.8726 - 0.3047 \ln P_{d4} + 0.2406 \ln P_4 + 0.8965 \ln C_4 \quad (9)$$

(2.325) (-2.173) (5.927)

$$R^2 = 0.9763$$

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + G_4$$

G_i = gasto en derivados del petróleo para la región i

P_i = precios promedio real de la tarifa eléctrica en la región i

P_{di} = índice de precios de los derivados del petróleo en la región i

C_i = producción industrial en la región i

CUADRO NO. 4

ECUACIONES DEL GASTO EN ACPM, FUEL OIL, KEROSENE Y
GAS NATURAL EN EL SECTOR INDUSTRIAL

ACPM

$$\ln Q_{ACPM} = 2.4233 + 0.82731 \ln G + 0.15 \ln PCARB - 0.311 \ln PACPM$$

(3.724) (2.17)

$$R^2 = 0.9517$$

FUEL OIL

$$\ln \frac{Q_{FO}}{G} = 6.6962 + 0.659 \ln G + 0.25 \ln PCARB - 0.314 \ln PFO$$

(-3.270) (2.4413) (3.194)

$$R^2 = 0.9813$$

KEROSENE

$$\ln Q_{\text{ker}} = 4.279 - 0.0986 \ln + 1.436 \ln G + 0.115 \ln \text{PCARB} - 0.2751 \ln \text{PKF}$$

$$(-4.185) \quad (3.2.74) \quad (2.783) \quad (-2.952)$$

$$R^2 = 0.9213$$

GAS NATURAL

$$\ln Q_{\text{gas}} = 0.4922 + 1.8984 \ln G + 0.1151 \ln \text{PCARB} - 0.2241 \ln \text{PGAS}$$

$$(4.172) \quad (1.835) \quad (2.473)$$

$$R^2 = 0.8352$$

Q_{ACPM} = demanda nacional por diesel

Q_{fo} = demanda nacional por fuel-oil

Q_{ker} = demanda nacional por kerosene

Q_{gas} = demanda nacional por gas natural

G = gasto total nacional en derivados del petróleo = $\sum_{i=1}^4 G_i$

3.3 Carbón

El carbón se trabajó inicialmente a nivel nacional y luego se regionalizó de acuerdo con la proporción, en cada región, de la producción regional del sector industrial 1, principal sector consumidor de carbón. Para el nivel nacional la ecuación estimada fue:

$$\ln QC = 0.231 + 0.9288 \ln PI - 413 \ln \text{PCARB} + 0.131 \ln \text{PFO}$$

$$(7.274) \quad (4.372) \quad (2.971)$$

$$R^2 = 0.8328$$

QC = consumo nacional de carbón en la industria

PI = producción industrial

PCARB = precio del carbón

PFO = precio del fuel oil

No obstante, se encuentran algunos problemas. En efecto, el modelo no capta muy bien el proceso de sustitución de derivados de petróleo por carbón cuando existe una etapa intermedia de sustitución para gas natural y luego por carbón. Este hecho se refiere especialmente a la región de la Costa, donde los resultados tienden a sobreestimar la demanda de carbón hasta 1985.

Entonces, se hizo una corrección manual, suponiendo que la demanda por carbón en la Costa es sólo 75% de la obtenida en 1980 y que alcanza el 85% en 1985. Para respetar el total nacional, se distribuyó la diferencia entre las otras tres regiones, en proporción a su consumo.

3.4 Proyecciones

El sistema de ecuaciones descrito permite hacer proyecciones de energía. Dependiendo si se trabaja a nivel regional, sectorial o nacional el número de ecuaciones es diferente. En el caso de un análisis a nivel regional, sin hacer división por sectores industriales, el número total de ecuaciones es de quince y el de variables exógenas 18.

Aunque en el Estudio Nacional de Energía se analizaron ocho alternativas, aquí se presentan los resultados de los tres casos básicos: de referencia, alto y bajo. Las otras alternativas son variaciones alrededor de los tres casos básicos.

Los resultados muestran que se espera una continuación del proceso de sustitución de derivados del petróleo por carbón y energía eléctrica (Ver Cuadros Nos. 6 y 7). Sin embargo, este proceso será más lento en la primera parte del período de proyección puesto que los precios del carbón y la electricidad sufren un aumento de precios apreciables. El proceso se acelera de nuevo en la segunda mitad del período, cuando los precios de la energía eléctrica y el carbón se estabilizan.

CUADRO NO. 6
TASAS DE CRECIMIENTO DEL CONSUMO DE ENERGIA EN
LA INDUSTRIA - PERIODO 1980-2000
(%)

	Escenario Referencia	Escenario Alto	Escenario Bajo
Energía eléctrica	8.4	9.1	4.8
Carbón	6.1	6.5	3.3
Diesel	5.1	5.2	3.4
Kerosene	-0.9	-0.8	-3.7
Fuel Oil	-0.5	-0.4	-2.5
Total	5.3	5.7	3.3

CUADRO NO. 7
COMPOSICION DE LA DEMANDA POR ENERGIA EN LA INDUSTRIA
(%)

	Escenario Referencia			Escenario Alto		Escenario Bajo	
	1980	1990	2000	1990	2000	1990	2000
Energía eléctrica	13	18	24	19	25	17	21
Carbón	42	48	49	48	49	47	49
Diesel	11	12	10	12	10	13	13
Kerosene	3	2	1	2	1	2	1
Fuel Oil	14	9	5	9	4	10	5
Gas Natural	<u>16</u>	<u>11</u>	<u>11</u>	<u>10</u>	<u>10</u>	<u>11</u>	<u>12</u>
	100	100	100	100	100	100	100

4. DEMANDA DE ENERGIA EN EL SECTOR RESIDENCIAL

El modelo propuesto para calcular la demanda de energía en el sector residencial se basa en el tratamiento de la energía como un proceso de ajuste parcial a través del stock de aparatos energéticos y de la intensidad del uso de los mismos.

Las fuentes de energía utilizadas en los hogares y sus correspondientes participaciones en el total nacional eran las siguientes en 1976:

Energía eléctrica	37.8%
Gas (GLP y gas natural)	26.2
Carbón	14.0
Petróleo (Kerosene)	10.6
Cocino (CLD)	12.0
	100.0

El método de estimación utilizado fue el de mínimos cuadrados ordinarios y las ecuaciones no fueron corregidas por autocorrelación por tener todos, con excepción de la ecuación para los electrodomésticos, el término rezagado de la variable dependiente.

4.1 Energía Eléctrica

El modelo de demanda residencial está representado por una función de consumo por suscriptor, una ecuación de electrodomésticos y una ecuación para el número de suscriptores. El número de suscriptores esperados refleja tanto los factores demográficos como la política de cubrimiento del servicio.

$$C/S_{rt} = \hat{a}_0 + a_1 \log TP_t + a_2 \log YH_t + a_3 \log PS_t + a_4 \log TH_t + a_5 \log STH_{t-1} + u_1$$

$$\log STH_t = b_0 + b_2 \log PST_t + b_3 \log YH_t + b_4 \log TH_t + u_2$$

$$Q_t = \log b + c t + u$$

- C/S = consumo por suscriptor en el período t
STH = stock por hogar en el período t
Q = número de suscriptores residenciales
TP = tarifa promedio de energía eléctrica
YH = ingreso disponible por hogar
PS = precio del sustituto de la energía eléctrica
TH = tamaño promedio del hogar
PST = precios (índice) de stock de electrodomésticos
b,c = parámetros de la función logística
r,t = subíndices que indican r = región y t = período anual

Las ecuaciones estimadas se muestran en el Cuadro No. 8. Con respecto a la influencia del precio de la energía eléctrica, finalmente se optó por imponer a las ecuaciones una elasticidad precios por fuera del modelo, a partir de información de una encuesta regional realizada en 1968. Esta decisión permitió incorporar a las proyecciones la respuesta de los consumidores a cambios recientes de la política tarifaria del país.

En cuanto al número de suscriptores, ajustado por una función de tipo logística, se estimaron varias de ellas suponiendo diferentes valores del parámetro a que representa el nivel de situación hacia el año 2000. Dichos valores corresponden a 85% en la región Suroccidental y 90% en la región Centro.

4.2 Derivados del Petróleo y Carbón

Los estimativos de kerosene se hicieron a nivel regional mientras que los del GLP, el cocinol y el carbón se estimaron a nivel nacional y luego se regionalizaron.

Se utilizaron funciones de demanda como función de las siguientes variables:

CUADRO NO. 8

COEFICIENTES UTILIZADOS EN EL MODELO DE PROYECCIONES DE DEMANDA DE
ENERGIA ELECTRICA EN EL SECTOR RESIDENCIAL

Variables Explicatorias	Coeficientes	Coeficientes			
		Región Norte	Región Noroeste	Región Suroeste	Región Centro
FUNCION CONSUMO/SUSCRIPTOR					
TP	a_1	- .17**	- .29**	- .22**	- .18**
YH	a_2	1.53*	1.59*	1.40*	1.64*
PS	a_3	.13*	.38*	.48	.16*
TH	a_4	6.91*	2.94	2.87*	4.72
ST - Rezagado	a_5	1.22*	1.21*	1.42*	1.13*
Constante	a_0	6.33	6.76*	4.51	9.26*
R^2		.98	.95	.99	.99
FUNCION STOCK POR HOGAR					
PST	b_1	- .05*	- .43	- .07*	- .11
YH	b_2	1.08*	1.30*	1.62*	1.91*
TH	b_3	- 1.02	1.2 *	.53	- 1.15*
Constante	b_0	- .35	10.5	7.37	11.23
R^2		.93	.97	.95	.97
FUNCION NUMERO SUSCRIPTORES					
Logaritmo de "b"	-	.99	.90	.71	1.02
"c"	-	.04	.08	.03	.06
R^2		.98	.99	.97	.99

* Estadísticamente significativos al nivel de .05 de significancia estadística

** Coeficiente "forzado" a la ecuación

Y = ingreso disponible

TH = tamaño del hogar

P_i = precio real de cada combustible

P_s = precio real del combustible sustituto

C_{i-1} consumo rezagado

Las ecuaciones finalmente estimadas se presentan en los Cuadros Nos. 9 y 10. En el caso del kerosene, dependiendo de la región, se tomó como combustible sustituto al GLP en la región Norte y a la energía eléctrica en las otras regiones.

Las elasticidades precio del kerosene son más altas que las de la energía eléctrica mientras las elasticidades de ingreso son relativamente bajas para el kerosene y altas para la energía eléctrica.

Para el gas natural no fue posible realizar estimaciones econométricas dada la corta experiencia de su uso y su limitación geográfica. Se estimó, más bien, la demanda sobre la base de un consumo promedio por hogar y el aumento esperado de hogares con suministro de gas.

4.3 Proyecciones

Tal como en el caso de la industria, se consideraron diferentes alternativas. Sin embargo, solo se presentan los resultados correspondientes a los escenarios de referencia, alto y bajo. (Ver Cuadros Nos. 11 y 12). Es de anotar que se hicieron los siguientes análisis de sustitución: calentamiento de agua por medio de calentadores solares, mejora en la eficiencia de los calentadores de agua y sustitución de cocinol por otros combustibles (briquetas de carbón, GLP y electricidad).

El resultado general del escenario de referencia es el de una demanda creciente de todos los productos energéticos, con excepción del carbón y kerosene. No se prevé un proceso claro de sustitución entre electricidad, cocinol y GLP.

CUADRO NO. 9
 FUNCION^{1/} DE CONSUMO DE KEROSENE
 PARA EL SECTOR RESIDENCIAL

Variables Explicatorias	Coeficientes			
	Región Norte	Región Noroeste	Región Suroeste	Región Centro
PK	-.28	-.34	-.21	-.34
Y	.36	.36	.16	.36
PS	.12	.35	.32	.35
CK - 1	.60	.62	.63	.62
Constante	.70	-1.28	2.89	-1.28
R ²	.927	.841	.848	.841

Nota 1/: Funciones logarítmicas - dobles

Las regiones 2 y 4 fueron estimadas en forma conjunta

CUADRO NO. 10
 FUNCIONES^{1/} DE G.L.P., COCINOL Y CARBÓN PARA
 EL SECTOR RESIDENCIAL

Variables Explicatorias	Combustible		
	G.L.P.	Cocinol	Carbón
Pi (i = GL, CL, CA)	- .49	- .15	- .09
Y	.51	.65	.10
PSi	.72	.60	.02
Ci - 1	-	.86	.96
Constante	9.17	4.10	0.19
R ²	.887	.954	.958

^{1/} Funciones logarítmicas - dobles

CUADRO NO. 11

TASAS DE CRECIMIENTO COMPARADAS DEL CONSUMO DE
ENERGIA EN EL SECTOR RESIDENCIAL

(%)

	ESCENARIOS		
	Referencia	Alto	Bajo
Energía eléctrica	8.0	8.7	7.6
G.L.P.	2.6	3.4	2.0
Kerosene	1.8	2.2	1.6
Cocinol	5.0	6.1	4.6
Carbón	0.7	0.8	0.6

CUADRO NO. 12

COMPOSICION DE LA DEMANDA DE ENERGIA EN EL
SECTOR RESIDENCIAL

(%)

	Escenario de Referencia			Escenario Alto		Escenario Bajo	
	1980	1990	2000	1990	2000	1990	2000
Energía eléctrica	45.0	59.1	68.7	60.8	70.1	60.6	69.1
Carbón	12.0	6.9	4.2	6.7	3.7	7.3	4.5
G.L.P.	0.9	0.6	0.5	0.6	0.5	0.6	0.5
Kerosene	28.8	18.4	11.4	18.5	11.5	18.7	12.2
Gas natural	0.8	2.2	2.0	2.2	1.8	2.4	2.2
Cocinol	13.5	12.7	13.2	11.2	12.4	12.7	11.5

En el escenario alto se produce una mayor demanda por todos los productos menos el cocinol, lo cual se explica porque un mayor número de hogares pasa a estratos superiores y cambia el cocinol por electricidad o GLP.

Para el escenario bajo hay una menor demanda por todos los productos, aunque los patrones de sustitución son iguales a los del caso de referencia.

5. DEMANDA DE ENERGIA EN EL SECTOR TRANSPORTE

El modelo de transporte en el ENE tuvo por objeto determinar el consumo de recursos energéticos de 1970 a 1979 y su proyección para el período 1980-2000 bajo tres diferentes escenarios de desarrollo económico y de cambio en los precios internacionales del petróleo y del carbón. Asimismo, en el ENE se estudiaron varias políticas para el sector transporte con el fin de determinar sus efectos sobre el consumo de combustibles así como su bondad económica.

5.1 Metodología

La determinación del consumo de combustibles en el sector transporte sigue las siguientes cuatro etapas:

1) Cálculo del parque automotor (S)

$$S = SR + AD - M$$

$$M = R \times SR$$

$$S = SR (1-R) + AD$$

$$R = \text{Tasa de depreciación}$$

$$S = \text{Parque de vehículos}$$

$$SR = \text{Parque de vehículos en el período anterior}$$

$$AD = \text{Adiciones al parque}$$

$$M = \text{Retiros}$$

2) Cálculo del recorrido promedio (RP)

3) Cálculo de la eficiencia (E)

4) Cálculo del consumo de combustible (CC)

$$CC = S \times RP \times E$$

En esta forma, el problema consiste en determinar las tres variables S, RP y E.

Por otra parte, en el ENE se hizo uso de diferentes divisiones del sector transporte, cada una de las cuales tiene su respectiva importancia. Estas son:

Según el área:	Transporte urbano e interurbano
Según el tipo de servicios:	Pasajeros y carga
Según el usuario:	Público, privado y oficial-gobierno
Según el tipo de vehículo:	Liviano y comercial
Según el modo:	Vial, fluvial, férreo y aéreo

En la figura No. 1 se muestra el esquema general que siguió el ENE para el cálculo del consumo de combustibles. En una primera instancia se tiene una división entre transporte de pasajeros y de carga, el cual se divide a su vez en urbano e interurbano. En el caso de pasajeros se tiene, además, una distinción entre transporte privado y público.

La subdivisión entre transporte privado y público tiene una gran importancia en el ENE. Se parte de que la satisfacción de la demanda por servicios de transporte se hace a través de vehículos propios (transporte privado) o contratando los servicios (transporte público). Para el transporte privado los precios juegan un papel fundamental en la determinación del parque y su uso. Para el transporte público las necesidades de movilización determinan su cantidad.

5.2 Determinación del Parque Automotor

Metodología General

La información sobre el parque publicada por las entidades públicas no considera la muerte de los vehículos. El ENE, para resolverlo, partió de un modelo probabilístico para determinar la curva de mortalidad de acuerdo con la edad del vehículo,

según que sea nacional o importado. Aquí, también se encontraron dificultades, dado que la información que se usó para calcular las funciones correspondía al período 1940-1960.

Finalmente, se supuso una relación directa entre la vida esperada de los vehículos y la depreciación en pesos colombianos de la forma siguiente:

$$\text{Depreciación} = \frac{1}{V_n}$$

V_n = vida útil

Se usó, para varios años y vehículos, información de los avisos clasificados de "El Tiempo" así como datos suministrados por la bolsa de vehículos usados para el R 4, DART, POLSKI, R 6 y R 12. Se encontraron por este procedimiento, las siguiente depreciaciones:

Vehículos importados: 4 - 8%

Vehículos nacionales: 11 - 14%

En definitiva se utilizaron las siguientes tasas:

Carros y Jeeps importados: 6%

Carros nacionales: 12%

Debe anotarse que el cálculo de la vida útil es importante en el modelo para el caso de los vehículos privados (carros y jeeps), a diferencia de los otros tipos de vehículos, ya que la primera etapa en la metodología consiste en determinar las adiciones de vehículos con el objeto de encontrar el parque en el período de proyección.

5.3 Consumo de Combustible en el Transporte de Pasajeros

Pasajeros Privados - Automóviles

El primer paso consiste en el cálculo del parque de automóviles tanto nacionales como importados.

$$S_{Nals} = SR (1-R) + AD$$

$$R = 12\%$$

Para encontrar las adiciones se estimó la siguiente función:

$$\ln AD_{Nals} = -0.103 -1.095 \ln P_{nal} + 0.209 \ln P_{imp} + 1.319 \ln Y/C + 0.238 \ln SR$$

(-2.27)
(1.59)
(6.05)
(4.29)

$$R^2 = 0.95$$

AD_{Nals} = adiciones de automóviles nacionales

P_{nal} = precio de los carros nacionales

P_{imp} = precio de los carros importados

Y/C = ingreso per cápita

$$AD_{imp} = 0.07 -0.693 \ln P_{imp} + 0.77 \ln Y/C + 1.35 \ln P_{nal} + 9.046 X_1 - 0.325 X_{Nals}$$

(-2.43)
(0.88)
(0.94)
(2.45)
(-4.3)

$$R^2 = 0.88$$

AD_{imp} = adiciones de carros importados

X_1 = variable dummy que toma el valor $X_1 = 1$ en 1980 para tener en cuenta las importaciones excesivas y cambios en la política arancelaria

X_{NALS} = variable dummy igual a $X_1 = 1$ a partir de 1974 y 0 ó 1 entre 1966 y 1974 para tener en cuenta la política de ensamble. Se supone que a partir de 1974 la industria de ensamble ya está establecida. El valor específico de la dummy para los años de 1966 y 1974 depende de la relación entre la producción de un año y la de 1974. Tratar de medir "el porcentaje de capacidad" utilizada.

Con las ecuaciones anteriores para las adiciones y utilizando depreciaciones de 12% y 6% para los carros nacionales e importados, se proyectó el parque.

A continuación se determinó el recorrido promedio (RP). Se partió de una relación entre el recorrido y el precio de la gasolina $RP = f(P_{gas})$. Desafortunadamente, la falta de información no permitió calcular la elasticidad del recorrido con respecto al precio de la gasolina. Se decidió, entonces, adoptar los resultados de estudios hechos en otros países y se tomó una elasticidad precio de 0.23. Se consideró como punto de partida los recorridos promedios para 1980 de acuerdo con la información del Ministerio de Obras Públicas y Transporte-MOPT, dividiendo los vehículos entre público, privado y oficial-gobierno. En el caso de automóviles y jeeps, público se refiere a los servicios de taxi.

El cálculo del rendimiento (E) se hizo en dos etapas. Primero se determinó la cilindrada y luego se relacionó ésta con la eficiencia. Se observa que para los carros nacionales la cilindrada disminuyó de 1943 cc en 1970 a 1301 cc en 1980. Para los carros importados pasó de 3821 cc en 1967 a 1822 cc en 1980.

$$CP = 405 + 0.152Y/C + 14.71 P_{gas} + 0.203 CP_{-1}$$

(3.4) (-3.2) (1.6)

$$R^2 = 0.71$$

$$E = 4.94 + 0.0365 CP$$

(38.8)

$$R^2 = 0.87$$

CP = cilindrada promedio de las adiciones de los carros nacionales en cc

CP_{-1} = cilindrada promedio del año anterior

E = rendimiento en litros por cada 100 kilómetros

Dada la falta de información para los carros importados, se supuso que la cilindrada promedio seguiría la misma tendencia de los carros nacionales, partiendo con 1822 cc en 1980.

Pasajeros Privados - Jeeps

Los jeeps se dividieron en grandes (Toyota, Nissan, Land Rover y Willys) y pequeños, en razón a la importancia de estos a partir de 1977

$$AD_{JG} = 4176 + 1.489Y/C - 72.98P_j + 18.4P_{ctas}$$

(1.64) (-2.35) (0.65)

$$R^2 = 0.67$$

AD_{JG} = Adiciones de jeeps grandes

P_j = Precios de los jeeps

P_{ctas} = Precios de las camionetas

La ecuación para AD_{JG} se calculó para el período 1962-1976. La diferencia entre los jeeps proyectados para 1977-80 y el total existente dio el número de los jeeps pequeños, los cuales se proyectaron suponiendo que tendrían un crecimiento similar al de los autos nacionales desde 1978.

En cuanto a la cilindrada, se mantuvo constante dentro de cada categoría. El examen de la información histórica mostró que ésta permaneció estable en los últimos años.

El recorrido promedio se tomó de los datos del Ministerio de Obras Públicas y Transporte-MOPT para 1980. Finalmente, determinado el parque, se dividió en público, oficial-gobierno y privado, ya que sus recorridos son diferentes.

Se puede afirmar en términos generales que la proyección del parque de jeeps fue difícil por la falta de información desagregada por tipo de vehículo.

Pasajeros Urbanos - Buses, Busetas y Microbuses

Para calcular el consumo de combustibles en el sector de pasajeros urbanos se partió de una relación entre pasajeros y buses, utilizando el siguiente modelo:

$$PA = f(POB)$$

$$BUS = PA \times \frac{BUS}{PA}$$

PA = Pasajeros transportados por bus o buseta

POB = Población

BUS/PA = Relación entre pasajeros transportados por bus en un año

Con los datos del DANE, para 17 ciudades, de los años 1973 y 1976, se calculó la siguiente ecuación:

$$PA = -7.0 + 0.27 POB + 0.218 X_{PB}$$

(50.4) (12.3)

$$R^2 = 0.99$$

POB = Población urbana

X_{PB} = Variable dummy que toma el valor de uno para las ciudades diferentes en Bogotá y un valor igual a la población de Bogotá cuando se trata de esta ciudad.

Teniendo en cuenta que al estimar la relación se obtuvo para Bogotá un residuo de otro orden de magnitud del resto de los residuos, se decidió incluir un efecto Bogotá para tratar de reflejar el hecho que en esta ciudad se moviliza un número mayor de pasajeros que no se explica solamente por la diferencia de población.

La cilindrada de los buses y busetas se fijó a los niveles de 1978 según la información del MOPT y se mantuvo constante para el período de proyección. Se consideró también la diferencia entre público, privado y oficial y entre vehículos de tipo diesel y de gasolina.

Se supuso, también, que el porcentaje de pasajeros que optan por transportarse en busetas y microbuses permanecería constante a lo largo del período de proyección.

Pasajeros Interurbanos

Se siguió una metodología similar a la del sector urbano en el sentido que las necesidades determinan los requerimientos de vehículos. En este caso, el ingreso per cápita y la población se relacionaron directamente con la flota. La información provino de una muestra de 20 departamentos realizada en 1973 y 1976. Entonces se determinó la siguiente relación:

$$\text{Flotas} = -312.1 + 0.4 \text{ POB} + 0.065 \text{ Y/C} + 0.164 X_{\text{PCund}}$$

(78.7) (3.14) (5.59)

$$R^2 = 0.99$$

Y/C = ingreso per cápita

X_{PCund} = variable dummy para tener en cuenta la población de Cundinamarca

El ajuste fue bastante alto ($R^2 = 0.995$). La variable más significativa resultó ser la población, sugiriendo un modelo de relaciones fijas entre la población y las necesidades de parque de transporte interurbano.

5.4 Consumo de Combustibles en el Transporte de Carga

Sector Urbano

Dada la falta de información se dividió el problema en dos partes: Para camiones, por un lado, y para camionetas y pick-ups, por otra parte.

En cuanto a camiones de servicio urbano, se construyó una relación entre vehículos y el producto interno bruto.

$$\text{CAM} = f(\text{PIB})$$

CAM = camiones

PIB = Producto interno bruto

Para las camionetas y pick-ups se siguió un procedimiento similar al de los automóviles. Es decir, primero se determinaron las adiciones.

$$AD_{ctas} = 68.76 + 5.61Y/C - 64P_{ctas} + 2.48P_{jeeps} - 0.42CTAS_{-1}$$

$$(2.46) \quad (1.33) \quad (0.07) \quad (1.16)$$

$$R^2 = 0.81)$$

AD_{ctas} = Adiciones de camionetas

P_{ctas} = Precio de las camionetas

P_{jeeps} = Precio de los jeeps

$CTAS_{-1}$ = Parque de camionetas en el período anterior

En relación a la cilindrada, se supuso que la cilindrada promedio de las adiciones de este tipo de vehículos seguiría una evolución similar a la proyectada para los automóviles nacionales.

Sector Interurbano

Se utilizó un modelo de proporciones fijas entre necesidades y número de vehículos. Para ello, se tomó exógenamente la serie de necesidades de carga en toneladas-kilómetro por modo calculadas con un modelo de transporte de carga siguiendo la metodología desarrollada por Quandt y Henderson^{1/}.

Determinadas las toneladas-kilómetro por carretera y dado el recorrido promedio se encontraron las toneladas transportadas. Por otro lado, conocido el tonelaje promedio por tipo de vehículo se calculó el número de estos. Se adoptó una utilización constante de los vehículos lo mismo que un recorrido promedio invariable.

Conocidas las toneladas demandadas se calculó el parque, dividido en vehículos de menos de 17 toneladas y tractomulas (más

1/ Chismol, M and Sullivan P.O: Freight flows and spatial aspect of the British Economy (Cambridge University Press, 1977)

de 17 toneladas). Para los vehículos de menos de 17 toneladas se utilizó la revolución del tonelaje promedio según información de la Corporación Financiera de Transporte-CFT.

Se observó que en los sesenta se estabilizó el tonelaje. Con la información disponible se proyectó la capacidad promedio en la siguiente forma:

$$CAP = a - \frac{b}{T^n}$$

CAP = Capacidad promedio

T = Tiempo

La ecuación se estimó por mínimos cuadrados y se encontró:

$$CAP = 6.715 - 0.013T^{-7}$$

(-21.8)

$$R^2 = 0.96$$

El resultado obtenido mostró que la capacidad de los camiones menores a 17 toneladas había permanecido constante desde 1969, lo cual permitió suponer que la composición del parque por capacidad se mantendría igual a la de 1969, así:

Hasta 3 toneladas	7.3%
Entre 3 - 6 toneladas	49.3%
Entre 6 - 9 toneladas	30.3%
Entre 9 - 17 toneladas	13.1%

Determinadas las necesidades del parque, a continuación se distribuyó en vehículos de tipo diesel y gasolina.

5.5 Proyecciones

Tal como se hizo en los sectores industrial y residencial, se corrieron los modelos bajo tres escenarios, cuyos resultados se muestran en los Cuadros Nos. 13 y 14.

Desde el punto de vista del consumo de combustibles se tiene una tasa de crecimiento en la demanda de diesel superior a la de la gasolina. Esta diferencia se explica por la proporción cada vez mayor de la carga transportada en vehículos de más de 17 toneladas y por la lenta dieselización supuesta para otro tipo de vehículos de acuerdo con las tendencias observadas.

A pesar de esto, el resultado final es una preponderancia del consumo de gasolina en relación con el diesel. Otras opciones que se analizaron, con mayor énfasis en políticas de dieselización, modifican en algo la situación.

El crecimiento del parque automotor en el período de proyección no resulta exagerado. En esta forma, para el año 2000 se tendría que el número de vehículos por cada 100 habitantes sería similar al de Brasil, Argentina y México para mediados de los años setenta. Por otra parte, teniendo en cuenta las proyecciones del consumo de gasolina, el consumo anual por vehículo mejoraría en por lo menos 20%. No obstante, los resultados implican una tasa de crecimiento de los automóviles y jeeps bastante superior a la de otros tipos de vehículos.

Asimismo, se simulaban varias políticas para el sector transporte, estimando los impactos sobre el consumo de energéticos y haciendo un análisis de evaluación económica social para cada una de las alternativas. A continuación se describen brevemente algunas de las opciones estudiadas.

Programa de Dieselización del Transporte Urbano e Interurbano

En esta alternativa se analiza que ocurrirán a partir de 1983 si todas las adiciones de camiones de más de 9 toneladas, los buses y busetas de transporte urbano y los vehículos de transporte interurbano fueran de tipo diesel.

Con las proyecciones del parque de vehículos que se supone ahora utilizan diesel, se determina una nueva demanda de derivados del petróleo que alimenta un modelo de refinerías para estudiar las modificaciones del caso. Se encontró que la solución óptima era similar a la del caso básico: se requeriría la misma capacidad de refinación (270 000 bbl/día)

en el año de 1988. La mayor eficiencia del diesel en transporte implica el desplazamiento de grandes cantidades de gasolina, lo cual conlleva a una reducción en costos.

En esta opción se encontró que la demanda de diesel de 1983 hasta el año 2000 aumentaría en 11125MB más con respecto al caso de referencia y la de gasolina disminuiría en 13895 MB.

Para analizar esta alternativa se consideró un ahorro promedio de 25% en términos volumétricos. Las diferencias entre los costos de inversión y mantenimiento (sin combustible) del parque diesel y los mismos costos para el parque sustituido da el aumento en los costos.

Es de anotar que al separar el análisis en pasajeros y carga se tiene que la dieselización del transporte de carga, aunque negativa desde el punto de vista económico, arroja una diferencia muy pequeña de los costos con respecto a los beneficios. Sin embargo, hay que anotar que un análisis más cuidadoso con nueva información puede dar resultados diferentes.

Transporte Masivo-Electrificación

Se considera que en las ciudades de Bogotá, Medellín, Cali y Barranquilla se establecen sistemas de trolebuses que atenderían la siguiente proporción del total de pasajeros:

1987	5%
1988	10%
1989	15%
1990-2000	20%

Esta solución daría lugar a un aumento de 360 gigavatios-hora en el consumo de electricidad y a 90.000 toneladas de carbón en las plantas eléctricas, compensado por una disminución de 1.080 MB en gasolina y 90 MB en ACPM.

CUADRO NO. 13

TASA DE CRECIMIENTO DEL CONSUMO DE ENERGIA

EN EL SECTOR DE TRANSPORTE EN PERIODO

1980-2000

(0/0)

	Escenario Referencia	Escenario Alto	Escenario Bajo
Diesel	5.7	6.9	4.7
Combustible jet	5.7	6.4	3.5
Gasolina automotor y gasolina de aviación	4.1	4.1	2.3
Total	4.4	4.6	2.7

CUADRO NO. 14

COMPOSICION DE LA DEMANDA DE ENERGIA EN EL SECTOR

TRANSPORTE

[illegible]

La evaluación económica da una disminución de \$10.024 millones por la reducción en el consumo de combustibles, contra un incremento de \$ 450 millones en la expansión y operación del sistema eléctrico y \$6.341 de aumento por la diferencia en el costo de los trolebuses con respecto a los de combustible. En total, esta alternativa resulta ventajosa con un beneficio neto de \$3.233 millones a precios de 1979.

Limitaciones al cilindraje promedio de los vehículos

Se trata de imponer una cota máxima al promedio del tamaño del motor de los automóviles, de 1300cc, y al de los jeeps y camionetas, de 2500 cc.

Esta opción reduce el consumo de gasolina y ACPM en 3250 MB y 130 MB respectivamente, lo cual produciría un ahorro neto apreciable sin causar mayores perjuicios a los usuarios.

Desviación del Transporte por automóvil privado hacia buses y busetas

Se propone que a partir de 1985 el 30% de los usuarios de automóvil (incluyendo jeeps y camionetas) utilicen busetas para desplazarse al trabajo. Se supone una ocupación de 1.5 por automóvil y que el 52% del recorrido de los vehículos corresponde a viajes al trabajo.

El efecto neto es el de un ahorro 1150 MB de gasolina y un aumento de 60 MB de ACPM. Se calculó el total de ahorros por combustibles y los relacionados con las inversiones en vías y tiempos de transporte pero no se calcularon los costos del programa, es decir, la sustitución de automóviles por buses.

Mejoras en el transporte fluvial y férreo

Se simularon los efectos sobre el transporte de carga interurbana que resultaría de mejorar la calidad de los medios de transporte fluvial y férreo. Esta opción considera:

1. Mejoras en la red ferroviaria tales que duplican la velocidad de operación (reduce un 50% el tiempo de transporte)
2. Mejoras en la navegación fluvial tales que duplican la velocidad de operación.

6. DEMANDA DE ENERGIA EN EL SECTOR DE COMERCIO Y SERVICIOS

El sector de comercio y servicios comprende los subsectores de comunicaciones, comercio, servicios profesionales, sector financiero y gobierno. En cuanto a energéticos se refiere, se consideraron solamente la energía eléctrica y el GLP, dado que la demanda por derivados del petróleo, pequeña, fue imposible de separar de las demandas residenciales o industriales. Para el cálculo de la demanda de energía se utilizó una especificación del tipo:

$$Q_i = g(PC, P_i, P_{si}, Q_i, P_i, Q_{it-1})$$

PC = producción sector comercio y servicios

P_i = precios del energético en la región i

P_{si} = precio del sustituto en la región i

Q_i = consumo de energía en la región i

Como indicador de producción se utilizaron dos variables por separado: una que incluye la producción de los subsectores de comunicaciones y financiero y otra que comprende los restantes subsectores (SP+G+CO)^{2/}. La razón de la escogencia de los indicadores de producción se explica porque se identificaron elasticidades y tasas de crecimiento diferenciales en las agrupaciones. En efecto, la primera variable ha mostrado mayor dinámica en su crecimiento sectorial y la segunda intensidad energética más alta.

6.1 Energía Eléctrica

Se escogió como más adecuada la regresión a nivel nacional tipo doble logarítmica (Ver Cuadro No. 15), ya que las de tipo regional presentaron algunas inestabilidades, en especial en los coeficientes de las variables de producción, debido probablemente a imprecisiones de parte de las cifras regionales.

^{2/} Servicios personales, del gobierno y comercio

Asimismo, se excluyó la variable precio del sustituto (GLP) ya que su efecto no fue significativo estadísticamente. Para la estimación se usó MCO corregidos por autocorrelación cuando se juzgó necesario.

6.2 Derivados del Petróleo

El único producto que se encontró de algún interés fue el GLP. Los ensayos que se realizaron para analizar su comportamiento fueron infructuosos, quizá por los datos altamente deficientes. Se puede observar, no obstante, que en principio es razonable extrapolar una tendencia nacional constante de un millón de barriles por año, con proporciones regionales igual a las vigentes en 1980.

6.3 Proyecciones

Los resultados obtenidos aparecen en el Cuadro N.º.16 y muestran tasas de crecimiento para la energía eléctrica sustancialmente menores a las del período de estimación como consecuencia de menores tasas de crecimiento económico proyectadas y por la expectativa que no se volverá a producir una reducción en las tarifas reales.

No obstante, las limitaciones en la información no permitieron determinar la demanda por combustibles, los cuales son de importancia en la industria relacionada con el turismo, especialmente.

7. DEMANDA DE ENERGIA EN EL SECTOR OFICIAL

7.1 Energía Eléctrica

Aquí se consideró la demanda de energía correspondiente a las oficinas del gobierno y al alumbrado público.

CUADRO NO.16
DEMANDA DE ENERGIA ELECTRICA EN EL SECTOR
COMERCIO Y SERVICIOS

	Escenario Referencia		Escenario Bajo		Escenario alto	
	GWH	Tera calorías	GWH	Tera calorías	GWH	Tera calorías
1980	2029	1755	2016	1743	2061	1782
1985	2829	2444	2669	2308	2962	2561
1990	4062	3512	3464	2995	4353	3763
1995	5648	4884	4266	3689	6497	5618
2000	7924	6851	5349	4625	9671	8361
Tasa de crecimiento		7.0		5.0		8.0

CUADRO NO. 15
RESULTADOS DE LA REGRESION PARA LA DEMANDA DE ENERGIA
ELECTRICA EN EL SECTOR DE SERVICIOS Y COMERCIO

Variable	Coeficiente	Valor t
Constante	1.424	0.374
P	-0.102	0.689
(C + F)	0.578	1.134
(SP + G + CO)	0.810	1.943
Q_{t-1}	-0.089	-0.148
R^2 : 0.997		

En cuanto a la demanda de energía de las oficinas públicas se especificó que dependería de la actividad del gobierno, medida por su presupuesto de gastos o por el número de empleados públicos. Con relación a la demanda por alumbrado se hizo depender de la urbanización del país y de la política de cobertura de este servicio.

En razón a la no disponibilidad de datos se utilizó un indicador de producción sectorial que incluye los servicios del gobierno. El cálculo del alumbrado público por habitante se estimó como una función del nivel de actividad económica, medida por el producto interno bruto. Se excluyeron las tarifas de la especificación, pues no parecen existir mecanismos de influencia de ellas sobre estos tipos de consumo.

$$Q_{EC} = f(PG)$$

$$Q_{AP} = f(PIB_i)$$

Q_{EG} = consumo energía eléctrica en el sector oficial

PG = producción sectorial del sector gobierno

Q_{AP} = consumo electricidad para alumbrado público

PIB = producto interno bruto

Se estimaron ecuaciones a nivel nacional y regional, con excelentes ajustes y con resultados similares y estables para las diferentes regiones. (Ver Cuadros Nos. 17 y 18).

7.2 Proyecciones

Para el caso del sector oficial las tasas de crecimiento de la demanda por electricidad se mantienen a un nivel parecido al observado para el período 1970-78 debido a la alta elasticidad producto, en tanto que para el alumbrado público bajan entre medio y un punto porcentual con respecto al 6% observado entre 1970-78

CUADRO NO.17
RESULTADOS DE LAS REGRESIONES REGIONALES PARA
LA DEMANDA POR ELECTRICIDAD EN EL SECTOR
OFICIAL

	Región Suroeste	Región Norte	Región Noroeste	Región Centro
Constante	-0.986	0.136	-0.156	-1.559
SP + G + CO	1.397	1.258	1.265	1.389
R ²	0.86	0.99	0.83	0.89

CUADRO NO.18
RESULTADOS DE LAS REGRESIONES REGIONALES PARA LA
DEMANDA POR ALUMBRADO PUBLICO

	Región Suroeste	Región Norte	Región Suroeste	Región Centro
Constante	-2.16	-9.72	-2.08	-3.62
PIB	0.48	1.166	0.44	0.56
R ²	0.91	0.98	0.35	0.96

(Ver Cuadros Nos. 19 y 20), en razón a las mejoras ya producidas en la ampliación de la cobertura del servicio y el haberse supuesto menores tasas futuras de urbanización que las observadas en la década pasada.

8. OTROS SECTORES

Los sectores agrícola, minero y de construcción merecen un tratamiento por separado, en especial el primero.

En cuanto al sector agrícola, la información es muy escasa. Para superar tal limitación, se diseñó una encuesta rural para los hogares y las fincas. Desafortunadamente, dificultades para realizar a tiempo la encuesta no permitieron involucrar sus resultados en los modelos de demanda.

En general, el sector agrícola colombiano demanda principalmente ACPM para la maquinaria; la demanda de electricidad está considerada en el sector residencial y la demanda de la agroindustria está incluida en el sector industrial.

En definitiva, para el sector agrícola solo se consideró el de ACPM. Para ello se hizo un esfuerzo para determinar en los balances energéticos el consumo histórico de ACPM.

En consumo agrícola de ACPM se supuso que depende de la actividad económica (PIB agrícola) y de un factor de tendencia para reflejar la mecanización creciente y el cambio tecnológico (Ver Cuadro No.

$$Q_{ACPM} = f (PIB_A, t)$$

Con relación a los sectores minero y de construcción, las limitaciones para obtener información histórica del consumo de energía por fuentes impidieron que se consideraran por separado. Por lo tanto, las demandas correspondientes forman parte de los otros sectores.

CUADRO NO. 19
DEMANDA POR ENERGIA ELECTRICA PARA EL SECTOR OFICIAL
SEGUN ESCENARIOS
(Teracalorias)

	Referencia	Alto	Bajo
1980	750	781	768
1985	1059	1261	968
1990	1550	1971	1228
1995	2195	3038	1521
2000	3121	4782	1849

CUADRO NO. 20
DEMANDA POR ENERGIA ELECTRICA PARA ALUMBRADO PUBLICO
SEGUN ESCENARIOS
(Teracalorias)

	Referencia	Alto	Bajo
1980	372	375	371
1985	485	495	465
1990	638	653	569
1995	817	863	679
2000	1055	1147	805

9. CONSUMO DE LEÑA

Para determinar el consumo de leña se partió de la encuesta realizada por el ENE sobre el uso de la leña, el carbón vegetal y el carbón mineral en la cocina rural. La encuesta permitió conocer, para el año de 1980 la proporción de las personas que consumen este combustible según grupos y el consumo específico en cada uno de ellos.

Para la proyección del consumo de leña se supuso constante, para el caso de referencia, el número de consumidores de cada combustible dentro de la población total de cada agrupamiento, así como los consumos específicos. No se consideró el consumo de leña en las actividades productivas por falta de información.

Las series de población para el período de 1980 al año 2000 se tomaron de un modelo demográfico, el cual considera los movimientos migratorios entre las zonas urbanas y rurales y por lo tanto permite conocer el número de consumidores por región.

En el Cuadro No. 21 se presenta el consumo de combustibles para la cocina rural, excluyendo los derivados del petróleo, cuya suma se compara con el total del consumo de energía en el país. La participación del consumo de energía para la cocción en las zonas rurales representaba el 28.3% en 1970 y el 26.5% en 1980. Para el año 2000 se espera que dicha participación baje al 13%. No obstante, debe observarse que esta alta participación se explica porque la comparación se hace en términos de energía final. Dada la baja eficiencia de la leña, si el ejercicio se hiciera en energía útil, el papel del consumo de energía en la cocina rural no sería tan alto.

10. CONCLUSIONES

La demanda final de energía comercial crecería entre 3.0 por ciento para el escenario bajo, 4.9 para el escenario de referencia y 5.4 para el escenario alto.

Teniendo en cuenta los supuestos sobre tasas de crecimiento económico, evolución demográfica y de los precios internacionales de cada uno de los escenarios, las elasticidades de la energía con respecto al producto interno bruto serán inferiores a uno, con valores de 0.76, 0.83 y 0.9 para los escenarios bajo, alto y de referencia. Los resultados anteriores son consistentes con lo ocurrido en los años setenta, en los cuales la elasticidad se acercó a uno.

En relación al comportamiento del consumo por energéticos, el mayor crecimiento lo tiene la electricidad, seguido por el carbón. Los energéticos de menor tasa de crecimiento en el consumo son el fuel-oil y el gas natural. (Ver Cuadros Nos. 22 y 23).

Esto se explica por la política de precios de los energéticos que favorece al carbón y a la electricidad, fundamentalmente de origen hídrico, en comparación con los derivados del petróleo. Por otra parte, a regulaciones estatales que desincentivan el fuel oil y promueven el carbón.

En cuanto a la distribución del consumo de energía comercial por sectores, el transporte y la industria explican más del 74% en cualquiera de los escenarios (Ver Cuadro No. 24). Sin embargo, dada la limitación de datos, se está sobreestimando su papel. En efecto, parte del consumo de los sectores de comercio, servicios y agricultura está incluido en dichos sectores.

Por otra parte, al incluir la leña y otros productos vegetales y animales, la estructura se modifica sustancialmente. En esta forma, la participación el sector residencial se modifica en el año

de 1980 de 12 por ciento a 35.5 por ciento. En el escenario de referencia, por ejemplo, en lugar de 15 por ciento en el año 2000 se tendría 26.4 por ciento.

El ejercicio realizado en el Estudio Nacional de Energía - ENE para calcular la demanda de energía es la primera experiencia integrada que se ha hecho en Colombia. No obstante, es necesario mencionar una serie de limitaciones, de modo que los resultados deben tomarse con cautela. En primer lugar, la base de datos fue un factor limitante. Muchos supuestos tuvieron que hacerse. En segundo lugar, hay sectores que por esta razón no pudieron desagregarse o considerarse en forma más adecuada, como los sectores agrícola, de construcción, minero y de comercio y servicios. En tercer lugar, el consumo de leña y los productos vegetales merecen un tratamiento separado y diseñar una metodología para estimar su demanda. En cuarto lugar, la misma limitación de información fue una restricción para una mejor especificación y estimación de las funciones de demanda.

CUADRO NO. 27
CONSUMO DE ENERGIA FINAL EN LA COCINA RURAL
EN EL CASO DE REFERENCIA
(teracalorias)

	1970	1980	2000
Leña y carbón vegetal	29280	35850	38210
Carbón Mineral	1470	1820	1920
Total consumo cocina rural	30750	37170	40170
Total consumo nacional	108540	140104	308283
Participación cocina rural	28.3	26.5	13.0

CUADRO NO. 22
TASA DE CRECIMIENTO DEL CONSUMO NACIONAL DE ENERGIA
COMERCIAL EN EL PERIODO 1980-2000

	Escenario de Referencia	Escenario Alto	Escenario Bajo
Diesel	4.3	4.8	3.0
Electricidad	8.1	8.9	6.3
Kerosene y combustible jet	3.9	4.3	2.1
Carbón	5.8	6.2	3.1
Fuel oil	- .5	-0.4	-2.5
Gas	3.2	3.3	0.8
Gasolinas	3.7	4.2	2.5
Total	4.9	5.4	3.0

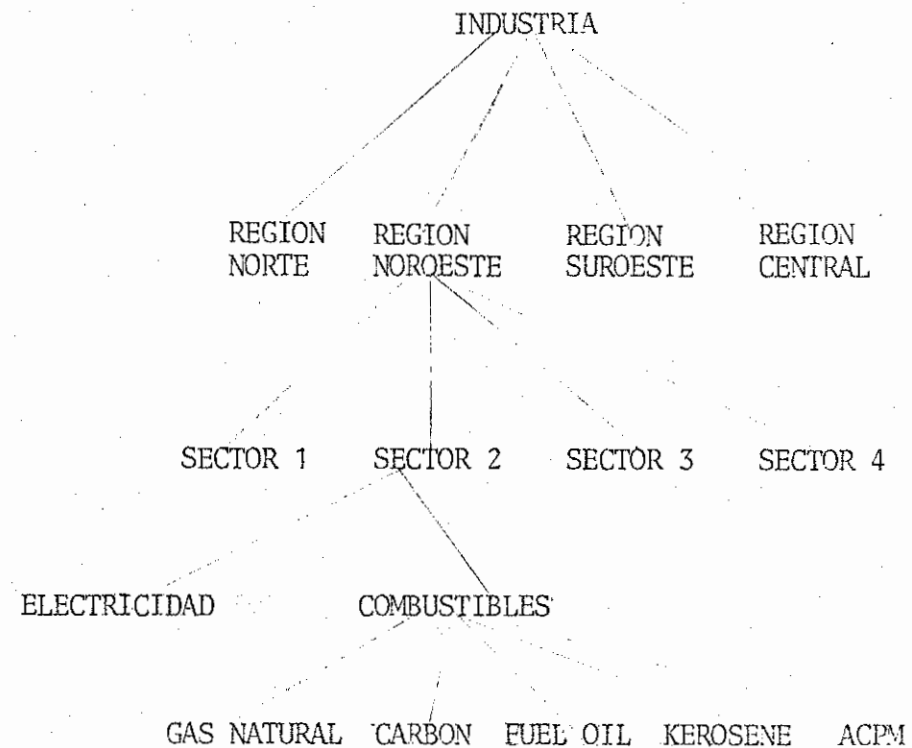
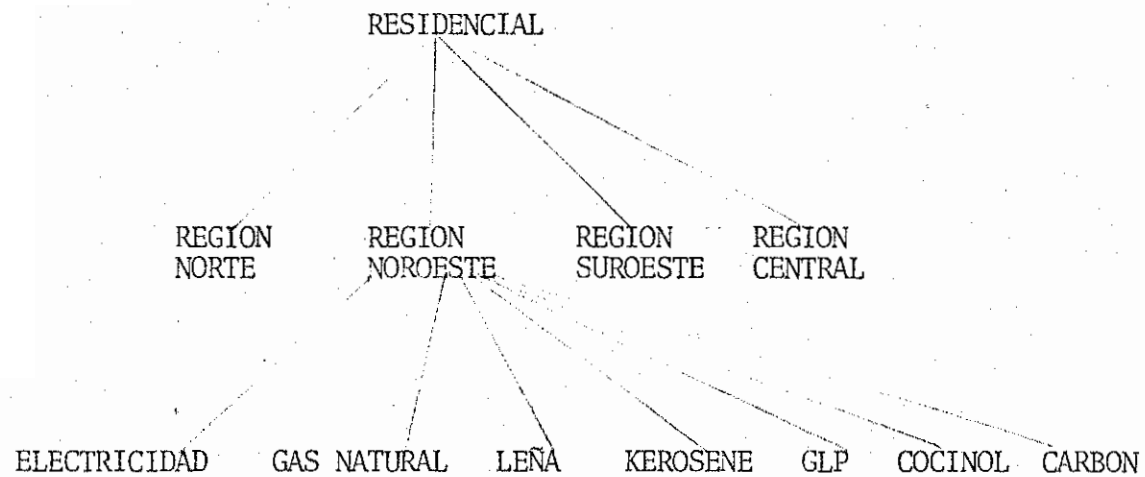
CUADRO NO. 23
COMPOSICION DE LA DEMANDA DE ENERGIA COMERCIAL
POR FUENTES DE ENERGIA
(%)

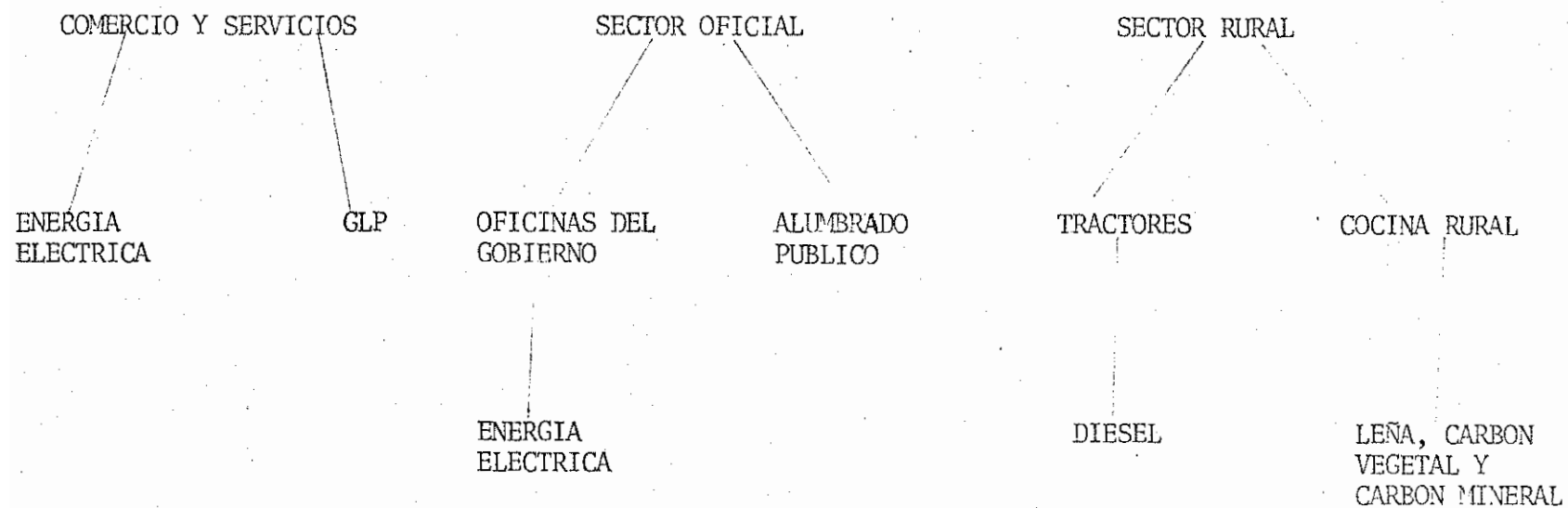
	Escenario de Referencia			Escenario Alto		Escenario Bajo	
	1980	1990	2000	1990	2000	1990	2000
Diesel	11	11	10	11	10	11	11
Electricidad	14	20	25	20	26	19	25
Kerosene y combustible jet	9	8	8	9	8	9	8
Carbón	18	20	22	20	22	18	18
Fuel oil	6	4	2	3	2	3	2
Gas	7	5	5	4	5	4	5
Gasolinas	<u>37</u>	<u>32</u>	<u>28</u>	<u>33</u>	<u>28</u>	<u>34</u>	<u>31</u>
	100	100	100	100	100	100	100

CUADRO NO. 24
COMPOSICION DE LA ENERGIA TOTAL COMERCIAL POR
SECTORES
(%)

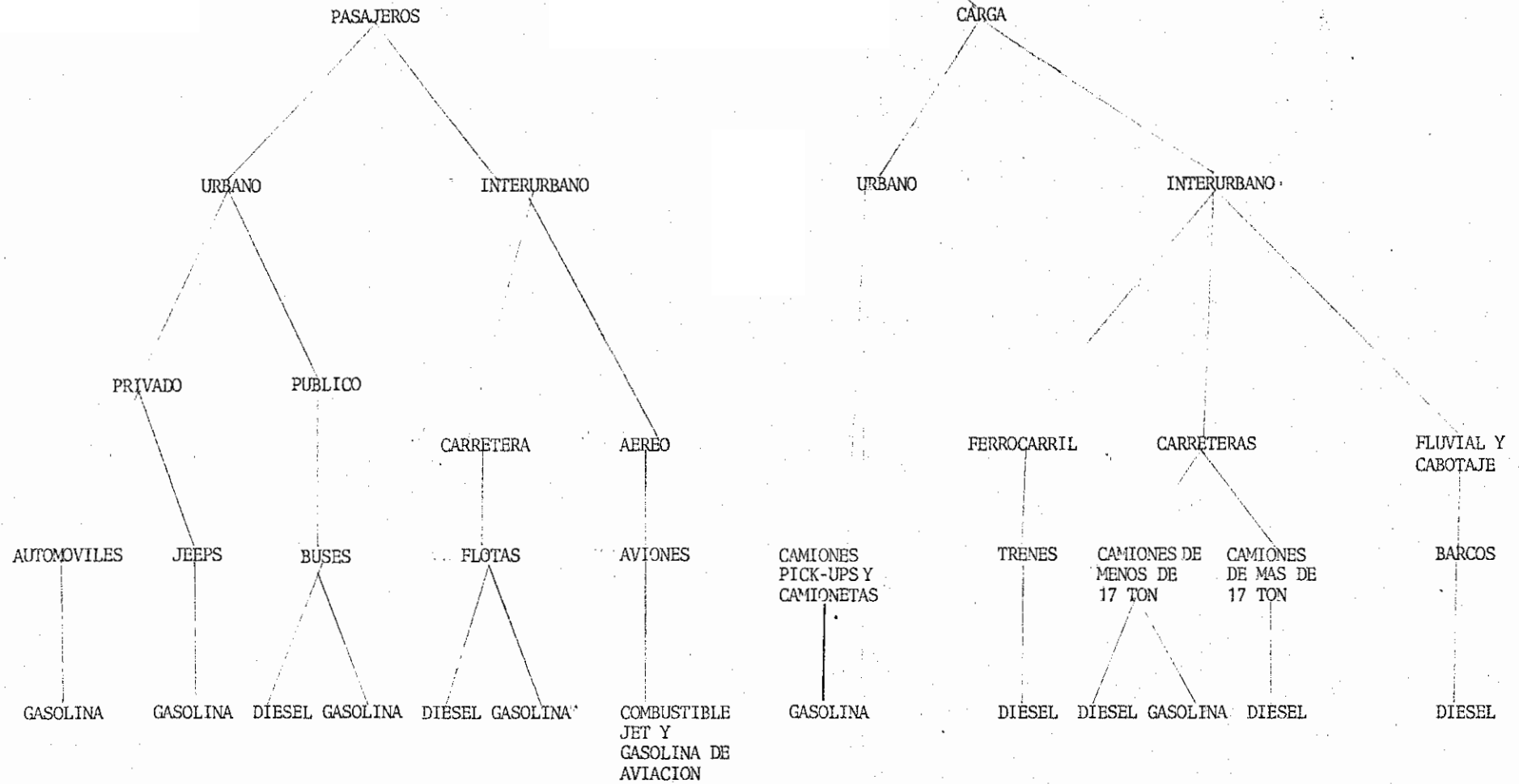
	Escenario de Referencia			Escenario Alto		Escenario Bajo	
	1980	1990	1995	1990	2000	1990	2000
Industrial	40	40	42	39	42	36	36
Residencial	12	14	15	14	16	16	19
Transporte	41	39	36	39	35	41	38
Comercio y Servicios	2	3	3	3	3	3	3
Oficial y Alumbrado	1	1	2	2	2	1	1
Agricultura	4	3	2	3	2	3	3

ESTRUCTURA GENERAL DE LA SECTORIZACION Y DESAGREGACION EN EL MODELO DE
DEMANDA DE ENERGIA DEL ESTUDIO NACIONAL DE ENERGIA





TRANSPORTE



- 1.- Propósito
- 2.- Descripción de la Encuesta
- 3.- Presentación de un Estimador en Base a Frecuencias Observadas
- 4.- Formas para Determinar las Frecuencias
- 5.- Ejemplos de Aplicación
- 6.- Propiedades del Estimador

UNA APLICACION DE LA TEORIA ESTADISTICA A LA RESOLUCION DE PRO-
BLEMAS DE INFORMACION ENERGETICA EN PAISES EN VIAS DE DESARROLLO:
ENCUESTA DE ESTACIONES DE SERVICIO^{1/}

Carlos Araujo
Asistente General del
Director del CIENES

José Luis Calabrese
Experto en Planeación
Energética de la
Gesellschaft für Technische
Zusammenarbeit (GTZ)

1.- Introducción

El presente trabajo se refiere a un diseño muestral de bajo costo para estimar el recorrido anual promedio del parque automotor de un país o región, a través de encuestas de vehículos en estaciones de servicio. Estas encuestas han sido aplicadas y procesadas en Colombia y también se están realizando en Perú. La presentación y análisis estadístico del estimador de ese recorrido anual promedio, es objeto central de esta publicación.

Los autores desean, a través de este trabajo, contribuir al desarrollo de la investigación estadística dentro del marco de disponibilidad de información y recursos que enfrentan los distintos países en vías de desarrollo.

2.- Descripción de la Encuesta

El procedimiento denominado ENCUESTA DE ESTACIONES DE SERVICIO consiste en colocar un encuestador en un puesto de venta de gasolina y entrevistar los vehículos que en un período dado acuden a cargar

^{1/} Este artículo es resultado de actividades desarrolladas bajo el Convenio suscrito por el Proyecto Estudio Nacional de Energía (ENE) de Colombia y el Proyecto "Consumo, Sustitución, y Conservación de Energía en el Sector Transporte" (Proyecto OEA C01.

combustible. No es objeto de este trabajo determinar cómo se eligen las estaciones de servicio para que conformen una muestra representativa de vehículos de una ciudad, región o país y sólo señalaremos que para ello se siguen las técnicas estadísticas habituales de muestreo, de manera que la muestra respectiva ofrezca un marco adecuado para medición y estimación de las variables seleccionadas.

Supongamos por ejemplo que se desea conocer el recorrido anual promedio L por tipo de vehículos (automóviles privados, taxis, motod, camiones, etc.) de la población. El procedimiento conocido como encuesta de hogares es obviamente muy costoso y de difícil ejecución en países en desarrollo; la encuesta de estaciones de servicio permite en cambio tomar un gran número de observaciones a costos mucho menores.

Sin embargo, hay que tener en cuenta que la variable a medir (en este caso el recorrido, o cualquier otra variable que sea dependiente del recorrido), está influenciada por la frecuencia con que un carro dado visita la gasolinera en una unidad de tiempo suficientemente grande (por ejemplo 1 año). En efecto, si un vehículo recorre al año 50 000 km, deberá visitar las gasolineras con más frecuencia que otro que sólo recorre 5 000 km en el mismo año. Si todos los vehículos de la población llenaran el tanque de combustible cuando observan que la aguja está marcando cero (tanque vacío), la frecuencia $f_{m\bar{t}n}$ con que visitarían los puestos de venta, estaría definida por

$$f_{m\bar{t}n} = \frac{L}{c \ q} \quad (1)$$

siendo

c el consumo específico en km/gal

q la capacidad del tanque de combustible en galones

L el recorrido anual en km/año

Si bien es cierto que ciertos conductores tienen por hábito llenar el tanque de sus vehículos, habrá otros que cargarán medio tanque, tres cuartos, o una cantidad indeterminada. La frecuencia real f con que un vehículo visita una estación de servicio será entonces igual o mayor que la frecuencia mínima. Al cociente

$$\phi = \frac{f}{f_{\min}} \quad (2)$$

lo denominamos factor de hábito y será mayor o igual que uno. Se hace la hipótesis (por otra parte ya corroborada en algunas de las aplicaciones efectuadas) que ϕ no depende de la variable a medir. La frecuencia real se descompone así en dos factores; uno independiente y otro dependiente de la característica bajo análisis.

En base a lo dicho se desprende que la encuesta de estaciones de servicio lleva a un muestreo donde cada unidad de observación tiene una probabilidad distinta de ser escogida en la muestra y por lo tanto la media directa del recorrido no es un buen estimador de la media poblacional.

Para las determinaciones del recorrido anual promedio de vehículos en encuestas puntuales como la que se describe en este trabajo, existen una serie de preguntas recurrentes que deben formularse al conductor y el éxito de las mismas en obtener una respuesta apropiada y cuantitativa depende en gran medida del entrenamiento y experiencia del equipo de encuestadores. A efectos de centrar la atención en el estudio del estimador, supondremos que los problemas relativos a obtener respuestas correctas han sido convenientemente resueltos.

3.- Presentación del Estimador de la Media Poblacional y de sus Propiedades

Como se mencionó en el punto anterior, para cierto tipo de variables (tal como el recorrido) el muestreo de vehículos en estaciones de servicio constituye un diseño muestral con repetición y probabilidades desiguales.

Sea:

N = total de vehículos en la población

n = total de vehículos en la muestra

P_i = probabilidad de que el i -ésimo vehículo de la población acuda a una estación de servicio ($i = 1, 2, \dots, N$)

Y_i = valor de la característica bajo estudio en el i -ésimo vehículo ($i = 1, 2, \dots, N$)

$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i$ = media de la característica en la población (de vehículos).

Se propone como estimador de $\bar{Y}$ a:

$$\hat{\bar{Y}} = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i / P_i)}{\sum_{i=1}^N (1 / P_i)} \quad (3)$$

Este estimador presenta las siguientes características

a) A diferencia del estimador de Hurwitz-Thompson, el estimador (3) sólo requiere el conocimiento de las probabilidades en la muestra.

Más aún, sea:

T = unidad de tiempo tal que si un vehículo no acude al menos una vez a alguna estación de servicio dentro de dicha unidad puede suponerse que no acude a una estación de servicio

(es decir que $P_i=0$). Por ejemplo, esta unidad de tiempo podría ser el año.

f_i = frecuencia con que un vehículo acude a una estación de servicio dentro de la unidad de tiempo T , según su definición en las ecuaciones (1) y (2).

Entonces, la probabilidad P_i puede de definirse como

$$P_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \quad (4)$$

y sustituyendo en (3) se tiene que

$$\hat{\bar{Y}} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i / f_i)}{\sum_{i=1}^n (1 / f_i)} \quad (5)$$

de donde el estimador propuesto sólo requiere del conocimiento de los f_i correspondientes a las unidades observadas en la muestra.

b) El estimador propuesto converge en probabilidad al parámetro $\bar{Y}$. Esta propiedad será demostrada y analizada en el punto 5.

4.- Determinación de las Frecuencias

Como se ha visto hasta aquí, el estimador de una característica dependiente del recorrido, será a su vez dependiente de la frecuencia. Se debe en consecuencia determinar para cada vehículo que fue escogido en la muestra, el valor de dicha frecuencia. Para ello existen dos métodos, que pueden ser complementarios o alternativos, dependiendo de las características de cada problema particular:

a) Se puede incluir la frecuencia real f_i dentro de la unidad de información, preguntando a cada individuo cuántas veces por semana y/o por mes visita la gasolinera. Si el dueño del vehículo sabe la respuesta, ésta deberá de todo- modos ser sometida al chequeo del procedimiento b), para establecer un análisis de consistencia.

b) La frecuencia mínima definida en la ecuación (1) puede ser determinada perfectamente si se conoce la dependencia entre el consumo de combustibles y ciertas características del vehículo, y esto puede ser establecido mediante una encuesta de seguimiento de vehículos, cuya descripción y marco teórico excede los límites del presente trabajo. Para dar un ejemplo de cómo opera este modelo, supongamos que el consumo de combustible depende de una sola variable κ llamada cilindrada. En tal caso, la ecuación No. 1 se transforma se transforma en

$$f_{mín} = \frac{L}{E(c/\kappa) q} \quad (6)$$

Habiéndose reemplazado el consumo específico de un vehículo particular por su esperanza condicional dada la (o las) variables explicativas.

El estimador definido en la ecuación (5) se transforma en

$$\hat{\bar{Y}} = \frac{\sum Y_i / \phi_i f_{i,mín}}{\sum 1 / \phi_i f_{i,mín}} \quad (7)$$

Para pasar de la frecuencia mínima a la frecuencia real, se pueden vincular ambas mediante un modelo de regresión sobre las observaciones de ambas variables en la encuesta de seguimiento. Si esta regresión resulta lineal y con intercepto nulo, ello equivale a decir que f_i es proporcional a $f_{i,mín}$ y que la constante de pro-

porcionalidad es $E(\phi_i)$. En tal caso, la expresión del estimador queda

$$\hat{\bar{Y}} = \frac{\sum Y_i / f_{i,mín}}{\sum 1 / f_{i,mín}} \quad (8)$$

En el caso en que la correlación fuera más complicada que una lineal con intercepto nulo, la expresión resultante de estimar f_i en función de $f_{i,mín}$ deberá quedar incorporada a la fórmula del estimador, lo cual puede introducir alguna complicación de tipo algebraico en el estudio del error cuadrático medio.

5.- Ejemplos de Aplicación

La encuesta descrita ha sido aplicada en Colombia dentro del SIET (Sistema de Informaciones Energéticas del Sector Transporte) para la determinación del recorrido anual promedio de todos los vehículos livianos. En total se hicieron 2442 observaciones, de las cuales resultaron válidas 2270.

	Automóviles Particulares	Camperos y Pick-Ups	Motos	Taxis
Tamaño Muestral	1061	741	218	422
Casos Válidos	985	691	199	395
Recorrido Promedio	12306.86	13621.66	6658.63	47993.76
Intervalo Confidencial	12732.49 11881.24	14436.85 12806.47	9502.31 7610.98	*

* Las muestras de estaciones de servicio se tomaron en 10 ciudades y sólo en el caso de los taxis el recorrido resultó ser función del tamaño de la ciudad. En este caso no se calculó un intervalo confidencial para el promedio sino para toda la curva de regresión.

Los resultados se muestran en la figura adjunta para las cuatro categorías de vehículos investigadas. Como ejemplo ilustrativo puede indicarse que en el caso de los automóviles privados, la medida

muestral directa se ubica alrededor de 16000 km/año, o sea cerca de 30% superior a la media poblacional inferida por el estimador presentado en este trabajo. Ese sesgo de sobreestimación se habría trasladado directamente al cálculo del consumo de combustible.

En el caso del Perú, la media directa de una muestra de más de 1000 automóviles tomados en gasolineras de Lima, se ubica también en el orden de 16.000 km/año, pero no se tienen aún resultados sobre la aplicación del nuevo estimador.

En el caso de Colombia se ha verificado la hipótesis de proporcionalidad entre la frecuencia real y la frecuencia mínima. Esta última fue calculada a partir de las esperanzas condicionales del consumo específico, las cuales fueron a su vez estimadas mediante una encuesta especial.

6.- Propiedades del Estimador $\frac{\sum_{i=1}^n Y_i/P_i}{\sum_{i=1}^n 1/P_i}$ en Muestreo con Repetición y con Probabilidades Desiguales P_i .

Sea $Z_n = \sum_{i=1}^n Y_i/P_i$ y sea $X_n = \sum_{i=1}^n 1/P_i$ que por simplicidad de notación escribimos en adelante como Z y X respectivamente.

Sabemos que

$$E \left| \frac{Z}{X} \right| = \frac{E[Z]}{E[X]} - \frac{1}{E^2[X]} \text{COV}[X, Z] + \frac{E[Z]}{E^3[X]} V[X] + \epsilon_1(n^2) \quad (9)$$

$$V \left| \frac{Z}{X} \right| = \left| \frac{E[Z]}{E[X]} \right|^2 \left\{ \frac{V[Z]}{E^2[Z]} + \frac{V[X]}{E^2[X]} - 2 \frac{\text{COV}[X, Z]}{E[X] E[Z]} \right\} + \epsilon_2(n^2) \quad (10)$$

donde $\epsilon_2(n)$ es un infinitésimo de orden mayor o igual que 2

Las ecuaciones (9) y (10) expresan la esperanza y la varianza del estimador de razón definido por la ecuación (8), en todas las muestras posibles de tamaño n , en función de esperanza y varianza del numerador y denominador. Para ello se desarrolló la razón en serie de Taylor alrededor de los valores esperados y se despreciaron los términos de orden superior a 2.

Se define ahora una variable auxiliar e_i donde:

e_i = Número de veces en que la i -ésima unidad se presenta en una muestra de tamaño n , con $i=1, \dots, N$.

Obviamente, se verifica que $\sum_{i=1}^N e_i = n$.

Si en una población finita de tamaño N , tal como es por ejemplo el conjunto de vehículos de un país, se extrae una muestra de tamaño n , la variable anteriormente definida puede ser multiplicada por cada término del numerador y denominador del estimador dado por la ecuación (8) con lo cual las sumatorias respectivas pueden ser extendidas a toda la población, y ello permite, de una manera sencilla, analizar el comportamiento del estimador en todas las muestras posibles.

Por otra parte, tomando en consideración que el muestreo es con reposición y que P_i es la probabilidad de observar la i -ésima unidad de la población, se tiene que la distribución conjunta de $e_1, \dots, e_N$ es una distribución binomial cuya función de cuantía es

$$f(e_1, \dots, e_N) = \frac{n!}{1!2!\dots N!} \prod_{i=1}^N P_i^{e_i}$$

con $\sum_{i=1}^N e_i = n$

Entonces, de acuerdo con la discusión que antecede, se tiene

$$E[e_i] = nP_i, \quad V[e_i] = nP_i(1-P_i), \quad COV[e_i, e_j] = nP_i P_j \quad (11)$$

Además, para toda la muestra, los componentes del estimador son

$$Z = \sum \frac{N Y_i}{P_i} e_i, \quad X = \sum \frac{N}{P_i} e_i \quad (12)$$

Por lo tanto

$$E[Z] = E\left[\sum \frac{N Y_i}{P_i} e_i\right] = \sum \frac{N Y_i}{P_i} E[e_i] = n \sum Y_i = nN\bar{Y} \quad (13)$$

$$E[X] = E\left[\sum \frac{N}{P_i} e_i\right] = \sum \frac{N}{P_i} E[e_i] = nN \quad (14)$$

$$\begin{aligned} V[Z] &= V\left[\sum \frac{N Y_i}{P_i} e_i\right] = \sum \frac{N^2 Y_i^2}{P_i^2} V[e_i] + \sum_{i \neq j} \frac{N^2 Y_i Y_j}{P_i P_j} COV[e_i, e_j] = \\ &= \sum \frac{N^2 n(1-P_i)}{P_i^2} Y_i^2 - n \sum_{i \neq j} \frac{N^2 Y_i Y_j}{P_i P_j} = n \sum \frac{N^2 Y_i^2}{P_i^2} \frac{(1-P_i)}{P_i} - \\ &- n \left(\sum Y_i \right)^2 + n \sum Y_i^2 = n \left[\sum \frac{Y_i^2}{P_i^2} - \left(\sum Y_i \right)^2 \right] \quad (15) \end{aligned}$$

Similarmente, haciendo $Y_i = 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, N$ se tiene que

$$V[X] = n \sum \left[\frac{1}{P_i^2} - N^2 \right] \quad (16)$$

Respecto de la covarianza entre Z y X que aparece en las ecuaciones (9) y (10), su expresión matemática es un poco complicada. Sin embargo, a efectos de estudiar el estimador, es suficiente recordar que la covarianza entre dos variables se halla siempre acotada por la expresión

$$-\sqrt{V[Z]V[X]} \leq \text{COV}[Z, X] \leq \sqrt{V[Z]V[X]} \quad (17)$$

Si se vuelve ahora a la ecuación (9) y se sustituyen en ella los valores de $E[Z]$, $E[X]$, $V[Z]$ y $V[X]$ dados por las ecuaciones (13), (14), (15) y (16) y se tiene en cuenta la inecuación (17), resulta que el estimador puede finalmente expresarse mediante dos inecuaciones que son :

$$\bar{Y}[1 + \frac{1}{nN^2} (F_1 - F_2) + \epsilon_1(n^2)] \leq E\left[\frac{Z}{X}\right] \leq \bar{Y}[1 + \frac{1}{nN^2} (F_1 + F_2)] + \epsilon_1(n^2) \quad (18)$$

siendo

$$F_1 = \sum_{i=1}^N (1/P_i) - N^2$$

$$F_2 = \frac{1}{\bar{Y}} \{ [\sum_{i=1}^N (Y_i^2/P_i) - (\sum Y_i)^2] [\sum_{i=1}^N (1/P_i) - N^2] \}^{\frac{1}{2}}$$

Las inecuaciones (18) expresan que el valor esperado del estimador en todas las muestras posibles converge a la media poblacional a través de dos factores que se anulan cuando el tamaño muestral se incrementa. En otras palabras :

$$\frac{\sum_{i=1}^n Y_i/P_i}{\sum_{i=1}^n 1/P_i} \quad \text{es asintóticamente insesgado.}$$

Para calcular la varianza de este estimador, basta sustituir las ecuaciones (13), (14), (15), (16) y (17) en la ecuación (10). Haciendo las operaciones, se llega a

$$V\left[\frac{Z}{X}\right] \leq \frac{\bar{Y}}{n} \{ [\sum_{i=1}^N (Y_i^2/N^2 P_i) - 1]^{\frac{1}{2}} + [\sum_{i=1}^N (1/N^2 P_i) - 1]^{\frac{1}{2}} \}^2 + \epsilon_2(n^2) \quad (19)$$

La ecuación (19) muestra que si $n \rightarrow \infty$ la varianza del estimador tiende a cero.

Nótese que el muestreo de estaciones de servicio es con reposición y teóricamente el tamaño muestral puede superar al poblacional.

Las propiedades demostradas prueban que el estimador converge en probabilidad al parámetro poblacional y tiene un insesgamiento de carácter asintótico. En lo referente a esa convergencia, puede notarse que ella es más rápida en la medida en que exista Proporcionalidad entre Y_i y P_i .

En efecto, si $Y_i = kP_i$ se tiene que

$$\sum_{i=1}^N (Y_i/P_i) - (\sum_{i=1}^N Y_i)^2 = k^2 [\sum_{i=1}^N P_i - (\sum_{i=1}^N P_i)^2] \quad (20)$$

Pero como para toda la población es $\sum_{i=1}^N P_i = 0$, se tiene que

$$F_1 - F_2 = F_1 + F_2 = F_1$$

En este caso la inecuación (18) se transforma en

$$E \left[\frac{Z}{X} \right] = \bar{Y} \left[1 + \frac{1}{nN^2} (\sum_{i=1}^N 1/P_i - N^2) \right] + \epsilon_1(n^2) \quad (21)$$

Además

$$V \left[\frac{Z}{X} \right] \leq \frac{k}{nN^4} (\sum_{i=1}^N 1/P_i - N^2) \quad (22)$$