olade

ORGANIZACION LATINOAMERICANA DE ENERGIA

SECRETARIA PERMANENTE

BOLETIN ENERGETICO No. 15 ABRIL / JUNIO 1980

ESTUDIO DE UN MODELO DE LA DEMANDA DE COMBUSTIBLES

DOCUMENTOS

Jaime Andrade

Antonio Villavicencio

El Instituto Nacional de Energía se creó debido a la impostergable necesidad del país de contar con un organismo de investigación de alto nivel que se preocupe de presentar al Gobierno Nacional alternativas que le permitan implementar una política racional de conservación y utilización de sus recursos energéticos.

Para el planteamiento de éstas alternativas es necesario el contar con una serie de herramientas de análisis, entre las que se cuenta la Econometría como una de las más importantes.

En este estudio se presenta modelos dinámicos para analizar el consumo de combustibles en el Ecuador. En éstos a diferencia de aquellos empleados generalmente en el país para realizar estimaciones de variables económicas, se utiliza métodos que incorporan el análisis del comportamiento de las variables en el tiempo.

Cabe anotar que en el presente trabajo al utilizar modelos de estimación más elaborados se contribuye al desarrollo de esta importante área de la planificación energética.

Quito, Enero 1980 Dr. Carlos Quevedo T.

I N D I C E

1.- INTRODUCCION

La complejidad cada vez más creciente de los diferentes sectores de la economía, los intentos por implementar una política de conservación y utilización racional de los recursos y, la necesidad de un reordenamiento justo de las estructuras socio-económicas exigen que el establecimiento de objetivos y toma de decisiones tengan como base un sólida planificación, lo que implica un proceso de conocimiento de la realidad, basado en la idea de interdependnecia entre todas las variables socio-económicas; idea de interdependencia que permite conocer las relaciones de las variables entre si, su evolución futura más probable y los efectos de las diferentes políticas alternativas que se propongan.

Es incuestinoble el papel que desempeña la Econometría en el campo de la planificación. Su función principal es establecer criterios que permitan juzgar el grado de ajuste de una hipótesis con lo observado en la realidad; dicho en otras palabras, trata de expresar una teoría económica en términos matemáticos, verificándolos por métodos estadísticos, para determinar el grado de impacto de una variable sobre otra. De esta manera, a partir de los valores que toman ciertas variables, valores que reflejan el funcionamiento de un modelo poblacional desconocido, se intenta dar criterios para buscar el modelo correcto, es decir, el esquema o imágen conceptual que mejor se acople a los valores observados. Conviene aclarar que buscar el modelo correcto, no es tanto tratar de identificar dicho modelo poblacional desconocido sino, mas bién, el establecer el procedimiento para decidir cuando una hipótesis o esquema conceptual supuesto está de acuerdo o no con los resultados observados de ese modelo poblacional.

El alto carácter operativo de la Econometría amplía sus posibilidades de aplicación y lo convierten en un instrumento poderoso, dentro de la planificación, ya que, al definir una estructura económica permite realizar predicciones sobre el comportamiento futuro de las variables y posibilita un análisis frente a diferentes alternativas de decisión. Sin embargo, no se deben perder de vista sus limitaciones, ya que únicamente un conocimiento cabal de éstos hace que el instrumento resulte válido y no se desacredite por su uso indiscriminado y excesivamente simplificado. Conviene hacer incapié en las dificultades inherentes a la predicción, teniendo en cuenta que la mayoría de veces, es ésta la parte de la Econometría a la que se recurre con tanta arbitrariedad, a tal punto, que por lo general se toma a la Econometría como un instrumento válido únicamente para predecir el comportamiento de una o mas variables.

Como se anota en (1), el principal problema al momento de realizar una predicción es el de la incertidumbre: incertidumbre inherente al modelo y a la dependencia entre las diferentes variables; incertidumbre debida a que el modelo no es perfectamente conocido ya que se ha estimado mediante una muestra; y por último, incertidumbre procedente de los errores que traen consigo las variables predeterminadas. Además, hay que tener en cuenta el cambio estructural. Es evidente que al ajustar un modelo a unos datos observados, si no se ha cometido ningun error básico, se puede asegurar que el modelo representa a los datos, o sea, el módelo describe la estructura definida por los datos. No se puede decir lo mismo, en cambio, para las extrapolaciones en tanto no se posea una prueba de permanencia de la estructura, en otras palabras, no existe seguridad de que la estructura en la que se apoyan los nuevos datos, sea la misma que aquella en la que se basan los datos muestrales.

En definitiva, la Econometría permite realizar predicciones, pero predicciones condicionadas; y únicamente en la medida en que estas condiciones se establezcan con objetividad y por lo tanto se conozcan las limitaciones del modelo, los resultados tendrán validez, de otra manera, la especificación del modelo se reduce a una mera asociación empírica sin ninguna posibilidad de interpretación causal, limitándose a una presentación de resultados de escasa validez en lugar de un análisis del proceso que lleva a dichos resultados.

2.- MODELOS DINAMICOS

Los modelos dinámicos se caracterizan por incorporar sistemáticamente en el análisis el ritmo temporal de los efectos del cambio de una variable sobre otra. Se considera que estos efectos no son instantáneos sino que se extienden a lo largo del tiempo. En otras palabras, las variables explicadas no recogen instantáneamente el efecto que sobre ellas producen los cambios observados o indicados por las variables predeterminadas. Estos efectos esperados se distribuyen, con intensidad distinta, sobre una sucesión de períodos, de aquí su denominación de modelos con retardos distribuídos.

Las causas que dan lugar a modelos con retardos distribuídos se pueden clasificar (2) en dos grupos: causas por rigideces y causas por deficiencia de información. Dentro del primer grupo hay que distinguir:

a) rigidez en el comportamiento o sea, hábitos de consumo, formación de nuevos usos, resistencia al cambio. Estos factores determinan con intensidad variable el impacto de una causa sobre diferentes períodos de tiempo;

b) rigidez tecnológica ocasionada por la existencia de bienes de consumo durables no obsoletos que retarda cualquier cambio considerado económicamente más ventajoso. En este punto se incluyen también los requerimientos de ampliación de capacidad instalada con respecto a las exigencias de una mayor producción;

c) rigideces institucionales originadas por una insuficiente información del mercado con respecto a la estructura de precios y disponibilidad de bienes sustitutivos. Además, hay que anotar que la ejecución de una política energética crea rigideces en el tiempo, lo que retarda el

2.- MODELOS DINAMICOS

Los modelos dinámicos se caracterizan por incorporar sistemáticamente en el análisis el ritmo temporal de los efectos del cambio de una variable sobre otra. Se considera que estos efectos no son instantáneos sino que se extienden a lo largo del tiempo. En otras palabras, las variables explicadas no recogen instantáneamente el efecto que sobre ellas producen los cambios observados o indicados por las variables predeterminadas. Estos efectos esperados se distribuyen, con intensidad distinta, sobre una sucesión de períodos, de aquí su denominación de modelos con retardos distribuídos.

Las causas que dan lugar a modelos con retardos distribuídos se pueden clasificar (2) en dos grupos: causas por rigideces y causas por deficiencia de información. Dentro del primer grupo hay que distinguir:

a) rigidez en el comportamiento o sea, hábitos de consumo, formación de nuevos usos, resistencia al cambio. Estos factores determinan con intensidad variable el impacto de una causa sobre diferentes períodos de tiempo;

b) rigidez tecnológica ocasionada por la existencia de bienes de consumo durables no obsoletos que retarda cualquier cambio considerado económicamente más ventajoso. En este punto se incluyen también los requerimientos de ampliación de capacidad instalada con respecto a las exigencias de una mayor producción;

c) rigideces institucionales originadas por una insuficiente información del mercado con respecto a la estructura de precios y disponibilidad de bienes sustitutivos. Además, hay que anotar que la ejecución de una política energética crea rigideces en el tiempo, lo que retarda el proceso de ajuste temporal entre las variables sobrevivientes de cambios no esperados o no previstos en los planes energéticos.

En lo que respecta a la disponibilidad de información, debemos señalar que las expectativas de los precios de energéticos (tanto para consumidores como para productores), su estructura esperada, las expectativas sobre el comportamiento del producto nacional y, en general, el nivel de actividad económico esperado son causas de incertidumbre que generan modelos con retardos distribuídos. A corto plazo y en situación económica política y social estable el grado de incertidumbre es mínimo. A largo plazo y con espectativas de inestabilidad, el grado de incertidumbre con respecto al futuro es grande y, en consecuencia, el horizonte económico de los sujetos de la actividad económica es muy corto.

A partir de las consideraciones anotadas, hemos desarrollado dos modelos dinámicos que tratan de explicar la estructura del consumo de combustibles hidrocarburíferos en el país. Para el primer modelo (modelo de utilización del stock) la ecuación básica de estimación es una ecuación lineal que incluye retardos de segundo orden. Estos retardos están justificados por dos motivos: el consumo que se considera, se refiere al nuevo consumo generado en un período de tiempo y no al consumo total durante dicho período; el factor determinante de la demanda es el stock de bienes tecnológicamente relacionados con el consumo de combustibles. El segundo modelo, corresponde al clásico esquema de expectativas de adaptación. La ecuación básica de estimación corresponde a una expresión lineal con retardos de primer orden. Además de los motivos señalados que justifican el uso de modelos dinámicos, debemos anotar que estos permiten encontrar fácilmente parámetros como elasticidades, multiplicadores de impacto, tasas de cambio, retardo medio, etc.

3.- MODELO DE UTILIZACION DE STOCK

En este modelo se consideran dos aspectos básicos para el análisis de la demanda. El primero consiste en formular el modelo de demanda de combustibles considerando el stock de bienes tecnológicamente relacionados con el consumo de cada tipo de combustible. El segundo aspecto se refiere a que la función de demanda considerada, no expresa la demanda total en un período, sino que expresa la nueva demanda que se origina en este período.

Sea G_t la demanda de combustible en el período t. El incremento total en el consumo entre dos períodos consecutivos es:

$$\Delta G_t = G_t - G_{t-1}$$

Esta igualdad expresa el cambio en la demanda en dos períodos, pero no expresa una nueva demanda o consumo generada en el período t. Efectivamente, hay que tener en cuenta que solamente una parte del consumo en el período (t-1) se traslada al período t. A continuación desarrollaremos detenidamente esta idea; y por comodidad, se hará referencia a la demanda de gasolina, haciéndose extensivo el estudio para el análisis de la demanda de otros tipo de combustibles: gas, kerex, diesel, etc.

Antes de continuar con el análisis cabe anotar que para el caso de Ecuador, aproximadamente el 96% del consumo total de gasolina se destina a satisfacer las necesidades del parque automotriz. Sin embargo, no es conveniente considerar el consumo directamente como una función del parque automotor por dos razones: 1) A fin de explicar la estructura del consumo dentro del contexto económico, es preferible relacionar éste con una variable macroeconómica que lo explique a un nivel de agregación más general; 2) deficiencia de datos estadísticos (número de vehículos, tasas de depreciación del stock, coeficientes de utilización, etc.) dificultan enormemente establecer una dependencia directa consumo-parque automotriz.

Denotaremos por W_t y Z_t el número de vehículos y su coeficiente de utilización respectivamente, en el período t. Para el período (t-1) por definición se tiene:

$$G_{t-1} = Z_{t-1} \cdot W_{t-1}$$

Ahora bien. del stock W_{t-1} solamente una parte $(1-K).W_{t-1}$ estará presente en el período siguiente (K es la tasa o coeficiente de depreciación del parque automotor). Por consiguiente, en el período t el consumo de éste stock será : $Z_t \cdot (1-K).W_{t-1}$.

En otras palabras, esta última cantidad expresa la porción de consumo de gasolina en el período t, asociada al parque automotriz existente al inicio de este período.

El consumo en el período t está dado por la expresión:

$$G_t = Z_t \cdot W_t$$

De esta manera, la nueva demanda de gasolina G_t^* será:

$$G_t^* = Z_t W_t - (1-K).Z_t W_{t-1} \qquad (3.1)$$

Sin mayor pérdida de generalidad en el planteamiento se puede suponer que el coeficiente de utilización Z_t no varía significativamente de un período a otro, esto es:

$$Z_t = Z_{t-1} = \dots\dots\dots\dots = Z$$

Teniendo en cuenta que:

$$Z_t W_{t-1} = Z_{t-1} W_{t-1} = G_{t-1}$$

la igualdad (3.1) se puede escribir en la forma:

$$G_t^* = G_t - (1-K) G_{t-1} \qquad (3.2)$$

En el caso que K=0 se tiene entonces que $G_t^* = G_{t-1}$ o sea; para una tasa de depreciación del stock igual a cero, el incremento total en el consumo representa la nueva demanda de combustible.

Asumiendo que G_t^* responde a un modelo autoregresivo con retardos geométricamente distribuídos se tiene que:

$$G_t^* = a + b(1-\lambda)\ (X_t + \lambda X_{t-1} + \lambda^2 X_{t-2} + \ldots) + u_t, \qquad (3.3)$$

en donde:

X_t es una variable macroeconómica predeterminada y u_t es un término aleatorio de perturbación (un tratamiento matemático de los modelos con retardos se detalla en el apéndice A).

El retardo medio es igual a $\frac{\lambda}{1-\lambda}$ y la varianza de la distribución de los retardos se calcula mediante la fórmula $\frac{\lambda}{(1-\lambda)^2}$ (ver A.17 y A.18).

Una estimación de los parámetros a, b, λ no es posible partiendo directamente de la ecuación (3.3). Sin embargo, aplicando a esta ecuación la transformación de Koyck (3) (la expresión (3.3) se retarda un período y se multiplica por A; esta ecuación resultante se resta de (3.3)). Se obtiene que:

$$G_t^* - \lambda G_{t-1}^* = a(1-\lambda) + b(1-\ )X_t + (u_t - \lambda u_{t-1}). \qquad (3.4)$$

Procedemos de manera análoga con la igualdad (3.2) y obtenemos:

$$G_t^* - \lambda G_{t-1}^* = G_t - (1-K+\lambda)G_{t-1} + \lambda(1-K)G_{t-2}. \qquad (3.5)$$

De las expresiones (3.4) y (3.5) resulta que:

$$G_t = a(1-\lambda) + b(1-\lambda)X_t + (1-K+\lambda)G_{t-1} - \lambda(1-K)G_{t-2} + \varepsilon_t. \qquad (3.6)$$

De esta manera, finalmente se ha obtenido un modelo lineal autoregresivo de segundo orden

$$G_t = A_o + A_1X_t + A_2G_{t-1} - A_3G_{t-2} + \varepsilon_t \qquad (3.6)$$

en donde:

$$A_o = a(1-\lambda)\ ; \qquad A_1 = b(1-\lambda); \qquad A_2 = (1-K+\lambda);$$

$$A_3 = +\lambda(1-K)\ ; \qquad {}_t = u_t - \lambda u_{t-1}$$

A partir de la ecuación 3.6 se pueden estimar los parámetros A_i, i=0,1,2, 3 y por consiguiente se obtienen las estimaciones para a, b, K, . Debido a la presencia de la variable endógena retardada y a la autocorrelación de los términos aleatorios el método clásico de los mínimos cuadrados, no es aplicable, por lo que se hará uso de otros métodos que proporcionen estimadores insesgados y consistentes.

ELASTICIDADES

Para la obtención de las elasticidades de la demanda en relación a la variable macroeconómica X, hay que tener en cuenta que la función de demanda que analizamos se refiere a la nueva demanda de combustible G_t^*. Se estudiarán dos tipos de elasticidades:

a) Elasticidad relativa o a corto plazo, que se define como el cociente entre una variación proporcional de la cantidad de demanda y una variación proporcional de X; en otras palabras, es la tasa de crecimiento de G_t^* que se produce en un período por unidad de tasa de crecimiento de la variable X_t observada en el mismo período. Si llamamos e_c la elasticidad a corto plazo entonces tenemos:

$$e_c = \frac{X'}{G'} \cdot \frac{\partial G_t^*}{\partial X_t} \Big| \quad X_t = X' \qquad ; \qquad (3.7)$$

donde (X', G') corresponde al nivel de las variables X_t y G_t^* para el cual se calcula la elasticidad.

b) La elasticidad a largo plazo e_L se define como la tasa de crecimiento de G_t^* en el punto (X', G') debido al efecto total que sobre el nuevo consumo produce una tasa unida de crecimiento de X_t a través del tiempo; esto es:

$$e_c = \frac{X'}{G'} \Big| \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\partial G_t^*}{\partial X_t} \qquad X_t = X' \qquad (3.8)$$

Para el modelo que estamos considerando, las expresiones (3.7) y (3.8) toman la forma (ver apéndice B):

$$e_c = \frac{X'}{G'} \cdot A_1 = b(1-\lambda) \cdot \frac{X'}{G'} \qquad (3.9)$$

$$e_L = \frac{K A_1}{1+A_2-A_3} \cdot \frac{X'}{G'} = b\frac{X'}{G'} \qquad (3.10)$$

4.- MODELO DE EXPECTATIVAS DE ADAPTACION

Consideremos el caso en que la variable endógena G_t está determinada por el valor esperado de la variable X_t al que llamaremos X_t^* . Supondremos - la siguiente relación de comportamiento:

$$G_t = a_1 + b_1 X_t^* + u_t \; ; \qquad (4.1)$$

en donde la variable aleatoria u_t cumple con los postulados propuestos en el apéndice A. Esta ecuación no puede utilizarse directamente para estimaciones ya que, X_t^* no es una variable observable. Por lo tanto, la hipótesis (4.1) debe complementarse con una nueva hipótesis acerca del proceso de formación de las expectativas o valores esperados de X_t.

La hipótesis de las expectativas de adaptación consiste en suponer que - en el proceso de elaboración de las espectativas estas se corrigen o adaptan en proporción a los errores de previsión cometidos en el pasado. De esta manera, el nivel esperado de la variable para el período t o sea, X_t^* está dado por el nivel esperado para el período (t-1), corregido por una fracción del error que se ha cometido en la predicción para este período. Entonces se tiene que:

$$X_t^* = X_{t-1}^* + (1-\lambda_1)(X_t - X_{t-1}^*), \qquad (4.2)$$

en donde λ_1 es un parámetro comprendido entre cero y uno. La expresión anterior, mediante un proceso de recurrencia sobre X_{t-1}^* se transforma en:

$$X_t^* = (1-\lambda_1) \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_1^i X_{t-i} \qquad (4.3)$$

Substituyendo (3) en la ecuación de comportamiento se obtiene:

$$G_t = a_1 + b_1 (1-\lambda_1)\left[X_t + \lambda_1 X_{t-1} + \lambda_1^2 X_{t-2} + \cdots\right] + u_t \qquad (4.4)$$

que corresponde a un modelo dinámico con retardos geométricamente distribuídos.

Evidentemente, la ecuación (4.4) no resulta operativa desde el punto de vista de la estimación, debido al infinito número de regresores que ella implica. Aplicando la transformación de Koyck, la ecuación (4.4) se simplifica a la expresión:

$$G_t = a_1(1-\lambda_1) + b_1(1-\lambda_1) + \lambda_1 G_{t-1} + (u_t - \lambda_1 u_{t-1}) \qquad (4.5)$$

que corresponde a un modelo autoregresivo de primer orden, en el que las perturbaciones aleatorias obedecen a un proceso Markoviano.

Introduciendo la siguiente notación:

$$a_1(1-\lambda_1) = B_0, \quad b_1(1-\lambda_1) = B_1 \quad i\, \lambda_1 = B_2 \ ; \quad v_t = u_t - \lambda_1 u_{t-1}$$

la expresión (5) se reduce a:

$$G_t = B_0 + B_1 X_t + B_2 G_{t-1} + v_t \ . \qquad (4.6)$$

La ecuación (4.5) puede ser obtenida, sin recurrir a la transformación de Koyck, de la siguiente manera (ver apéndice A): en la expresión (4.2), introduciendo el operador de retardo L se tiene que

$$(1-\lambda_1 L)X_t^* = (1-\lambda_1)X_t \ ;$$

de donde obtenemos:

$$X_t^* = (1-\lambda_1)(1-\lambda_1 L)^{-1} X_t \qquad (4.7)$$

Substituyendo (4.7) en (4.1) resulta:

$$G_t = a_1 + b_1(1-\lambda_1)(1-\lambda_1 L)^{-1} X_t \ ;$$

expresión equivalente a la ecuación (4.5).

ELASTICIDADES

Las elasticidades a corto y a largo plazo, definidas en el modelo anterior, para el caso de las expectativas de adaptación se calculan mediante las fórmulas (ver apéndice B)

$$E_c = B_1 \frac{X'}{G'} = b_1 (1-\lambda_1) \frac{X'}{G'} \ ; \qquad (4.8)$$

$$E_L = \frac{B_1}{1-B_2} \frac{X'}{G'} = \frac{b_1(1-\lambda_1)}{1-\lambda_1} = b_1 \frac{X'}{G'} \qquad (4.9)$$

5.- ESTIMACION

El principal inconveniente de las ecuaciones finales de demanda, correspondientes a los dos modelos analizados, consiste en que las estimaciones minimocuadráticas de los coeficientes son inconsistentes; esto se debe a la correlación existente entre el término aleatorio y la variable endógena retardada. Efectivamente, para la ecuación (4.6), por ejemplo se tiene que:

$$E(G_{t-1}\cdot v_t) = E(u_t - u_{t-1})\ (a_1 + b_1(1-\lambda_1)\cdot\sum_{i=1}^{\infty}\lambda_1^{i-1}X_{t-i} + u_{t-1})$$

Teniendo en cuenta que $E(u_t)=0$, $e(u_t X_s)=0, \forall t,s$ obtenemos que:

$$E(G_{t-1}\cdot v_t) = E(-\lambda_1 u_{t-1}\cdot u_{t-1}) = -\lambda_1\sigma^2$$

Por lo tanto, para la estimación de los parámetros es necesario utilizar otros métodos que porporcionan estimadores insesgados y consistentes. El método utilizado en el presente estudio es el de máxima verosimilitud (4) cuya descripción se detalla a continuación.

La ecuación básica de estimación (4.6) puede escribirse en la forma:

$$G_t - u_t = a_1(1-\lambda_1) + b_1(1-\lambda_1)\ X_t + \lambda_1(G_{t-1} - u_{t-1}), \qquad (5.1)$$

o también

$$E(G_t) = a_1(1-\lambda_1) + b_1(1-\lambda_1)X_t + \lambda_1 E(G_{t-1}) \qquad (5.2)$$

Teniendo en cuenta que:

$$E(G_{t-i}) = a_1(1-\lambda_1) + b_1(1-\lambda_1)X_{t-i} + \lambda_1 E(G_{t-i-1}) \qquad (5.3)$$

luego de sucesivas substituciones de (5.3) en (5.4) obtenemos:

$$E(G_t) = a_1(1-\lambda_1)\cdot\sum_{i=0}^{t-1}\lambda_1^i + b_1(1-\lambda_1)\sum_{i=0}^{t-1}\lambda^i X_{t-i} + \lambda^t\cdot E(G_o)$$

Simplificando esta última expresión resulta que:

$$G_t = a_1 + b_1(1-\lambda_1)Z_t(\lambda_1) + (\overline{G_o} - a_1)\ \lambda_1^t + u_t \qquad (5.4)$$

en donde: $Z_t\ (\lambda_1) = \sum_{i=0}^{t-1}\lambda^i X_{t-i}$ y

$\overline{G_o} = E(G_o)$ se considera como un parámetro a estimarse.

Si el valor de λ_1 sería conocido, entonces los coeficientes de la ecuación (5.4) podrían estimarse por el método de los mínimo cuadrados ordinarios. Sin embargo, como λ_1 es desconocido, éste debe estimarse conjuntamente con el resto de parámetros. Para ello partimos de la función logarítmica de verosimilitud correspondiente a $G_1, \ldots, G_t$:

$$L(G_1, \ldots, G_n) = -\frac{n}{2} \ln (2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^{n} \left[G_t - a_1 - b_1(1-\lambda)Z_t(\lambda) - (\overline{G_o} - a_1)\lambda^t \right]^2$$

en donde n es el número de observaciones.

La maximización de la función de verosimilitud $L(G_1, \ldots G_n)$ con respecto a los coeficientes, equivale a minimizar la expresión:

$$S(\lambda) = \sum_{t=1}^{n} \left[G_t - a_1 - b_1(1-\lambda)Z_t(\lambda) - (\overline{G_o} - a_1)\lambda^t \right]^2 \qquad (5.5)$$

Como se conoce que $0 \leq \lambda < 1$, para diferentes valores de λ se calculan los parámetros a_1, b_1, $\overline{G_o}$ por el método de mínimos cuadrados ordinarios a partir de la ecuación (5.4), tomándose luego el valor de λ que minimiza la expresión (5.5). De esta manera, las estimaciones obtenidas son insesgadas y consistentes (6).

6.- RESULTADOS

Para el modelo de expectativas de adaptación, los parámetros de la ecuación de demanda (4.6) fueron estimados por el método de mínimos cuadrados ordinarios y por el método de máxima verosimilitud descrito anteriormente. La variable macroeconómica que se ha tomado es el producto interno bruto. Los resultados correspondientes a las funciones de demanda para cuatro tipos de combustibles, así como las respectivas pruebas de hipótesis y bondad de ajustes se presentan en los cuadros 1-5.

Como era de esperarse los resultados obtenidos por el método de máxima - verosimilitud son estadísticamente más satisfactorios. El coeficiente de correlación oscila entre el 97.2% para el residuo, hasta el 99,8% para la gasolina. Una consecuencia lógica de estos altos niveles del grado de correlación es que para todos los casos se rechaza la hipótesis nula, aún para niveles de confianza del 99%. Para el caso de estimación por mínimos cuadrados los resultados son satisfactorios para tres de las cuatro funciones de demanda. El valor, relativamente bajo del coeficiente de correlación para el resíduo se traduce en una aceptación de la hipótesis nula para un nivel de confianza de 99%.

La hipótesis nula aplicada individualmente a cada uno de los parámetros se rechaza para el caso de la estimación por el método de máxima verosimilitud; no así para el método de mínimos cuadrados, en donde aún para - niveles de confianza del 95% los resultados aconsejan no tomar como variable explicativa para el consumo del diesel y resíduo el producto interno bruto.

Aún cuando el test de Durbin-Watson no se puede aplicar a modelos con -

retardos, este estadístico proporciona en muchos casos una idea aproximada del grado de correlación de los errores. Para nuestro caso, los valores que toma el estadístico de Durbin rechazan la hipótesis de correlación.

Los gráficos 1-4 muestran el comportamiento de la función de verosimilitud (5.5.) en dependencia del parámetro λ .

METODO DE MAXIMA VEROSIMILITUD: ESTIMACION DE LOS PARAMETROS DE LA ECUACION (5.4)

		a1	b1(1-)	Go - a1	
I	GASOLINA	- 11921.54	46.21 (3.7)	15085.64 (230.6)	0.9
II	DIESEL	- 8766.21	18.741 (2.35)	10436.25 (248.13)	0.95
III	RESIDUO	- 5786.19	21.004 (3.45)	8031.13 (190.1)	0.9
IV	KEREX	- 7855.68	23.24 (2.31)	8752.54 (127.4)	0.9

CUADRO 1

BONDAD DE AJUSTE Y PRUEBAS DE HIPOTESIS

	D - W	R^2	"t" STUDENT		F
			b1(1 -)	Go - a1	
I	2.389	0.998	7.41	4.8	241.5
II	2.88	0.995	7.95	4.2	632.65
III	2.31	0.972	6.085	4.22	104.64
IV	2.032	0.99	10.04	6.87	302

CUADRO 2

METODO DE MAXIMA VEROSIMILITUD: ESTIMACION DE LOS PARAMETROS DE LA FUNCION DE DEMANDA (4.6)

	Bo	B1	B2
GASOLINA	- 1192.15	46.21	0.9
DIESEL	- 438.3	18.741	0.95
RESIDUO	- 578.6	21.004	0.9
KEREX	- 785.5	23.24	0.9

CUADRO 3

$t_{0.95}$ (8) = 1.86

$t_{0.99}$ (8) = 2.9

$F_{0.95}$ (2;8) = 19.4

$F_{0.99}$ (2;8) = 99.4

ESTIMACION DE LOS PARAMETROS DE LA FUNCION DE DEMANDA (MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS)

		Bo	B1	B2
I	GASOLINA	- 860.18	34.45 (16.94)	0.9561 (0.109)
II	DIESEL	- 507.64	29.31 (17.76)	0.7865 (0.19)
III	RESIDUO	- 442.07	20.328 (17.56)	0.87304 (0.35)
IV	KEREX	- 602.081	18.3457 (9.11)	0.951 (0.15)

CUADRO 4

PRUEBAS DE HIPOTESIS Y BONDAD DE AJUSTE

	D - W	R^2	"t" student		F
			B1	B2	
I	1.71	0.994	2.034	8.75	533.9
II	2.42	0.986	1.649	4.005	209.57
III	2.03	0.922	1.157	2.467	35.56
IV	1.7	0.982	2.013	6.115	162.5

CUADROS

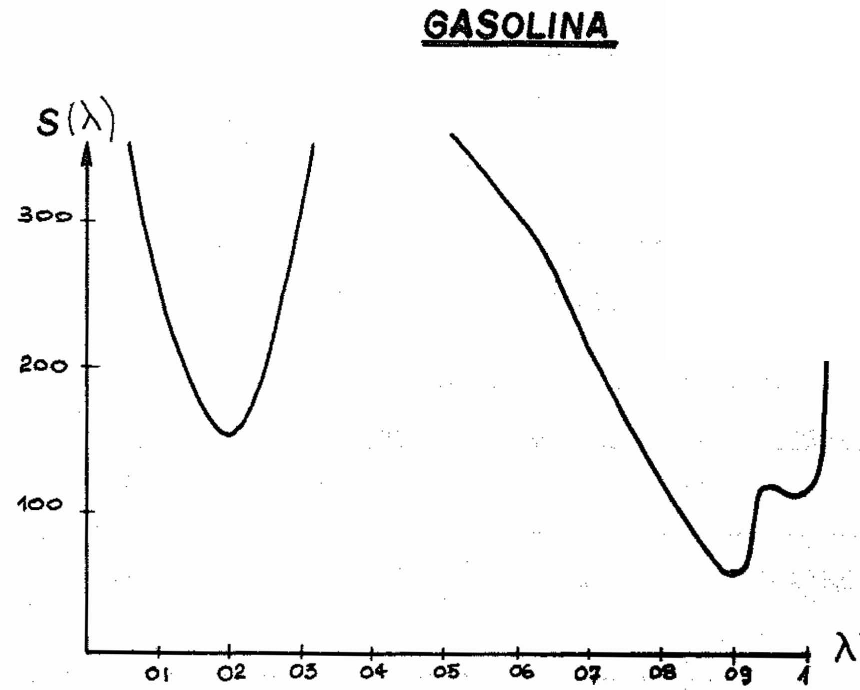
GASOLINA
S(λ)
300
200
100
01
02
03
04
05
06
07
08
09
1
λ

Fig. 1

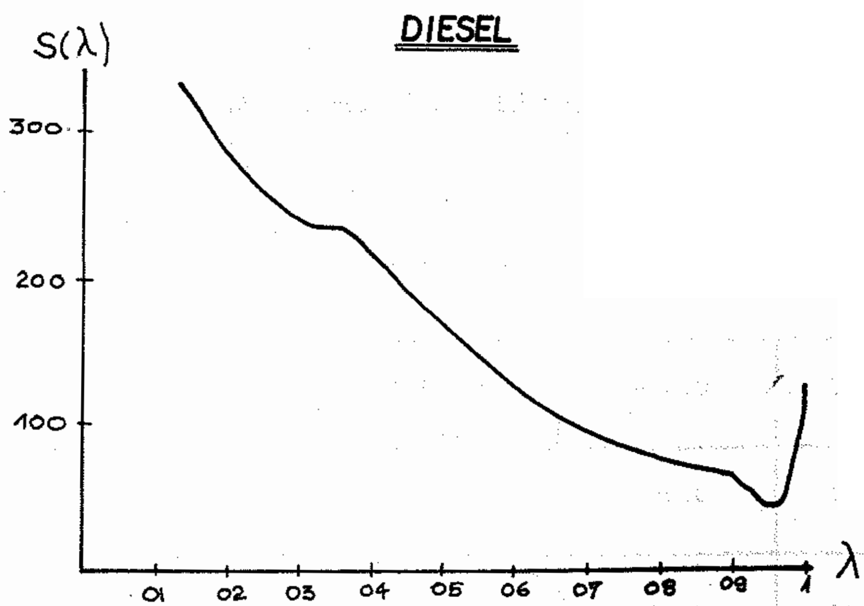
DIESEL
S(λ)
300
200
100
01
02
03
04
05
06
07
08
09
1
λ

Fig. 2

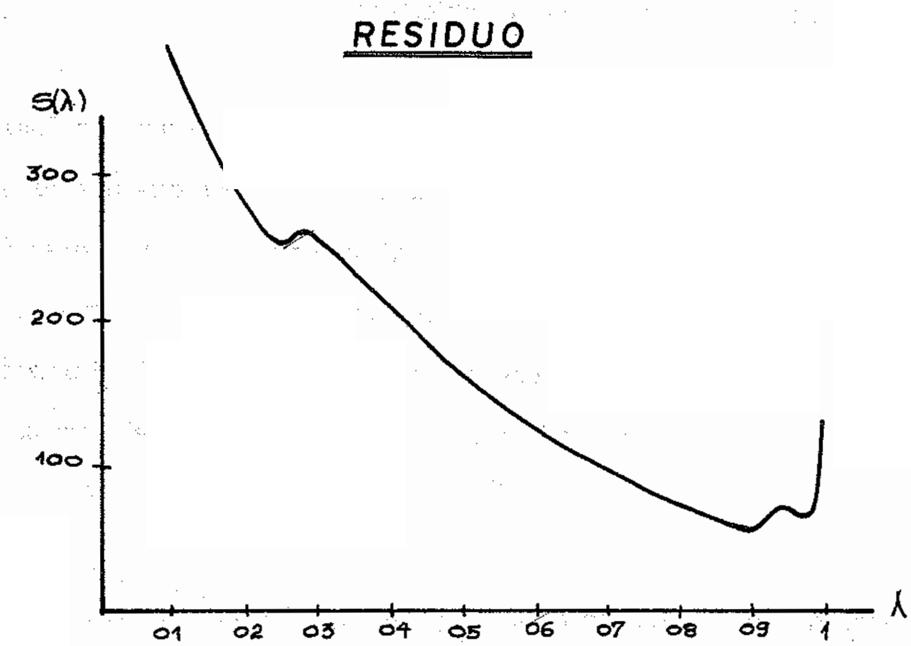
RESIDUO
S(λ)
300
200
100
01
02
03
04
05
06
07
08
09
1
λ

Fig. 3

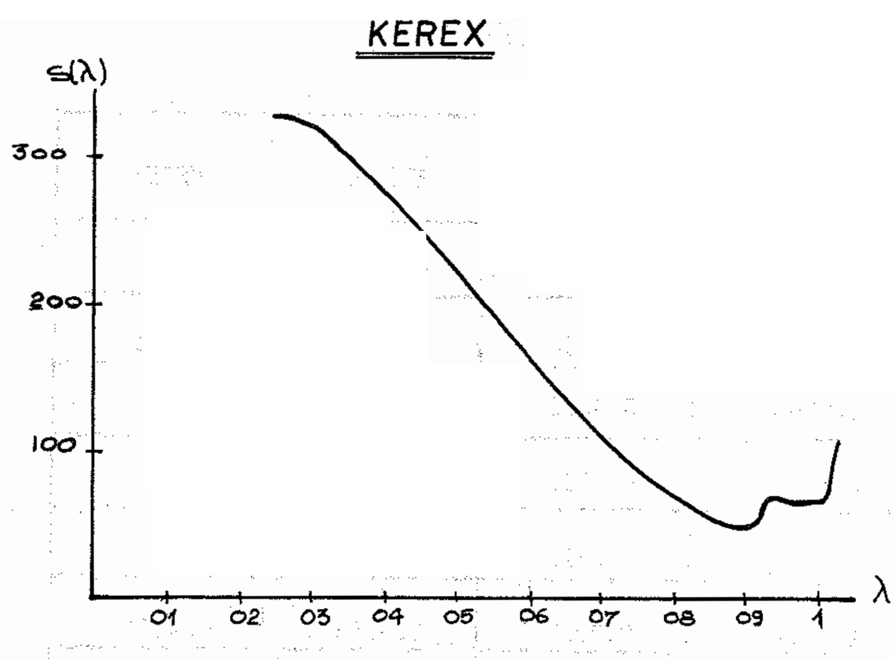
KEREX
S(λ)
300
200
100
01
02
03
04
05
06
07
08
09
1
λ

Fig. 4

En el cuadro 6 se presentan los resultados del cálculo de las elasticidades a corto plazo de la demanda de combustibles en relación al producto interno bruto para el modelo de expectativas de adpatación.

Como se observa, la elasticidad demanda - producto interno bruto es inelástica a excepción del consumo de kerex, que el año 1970 presenta una elasticidad igual a 1.016, para luego decrecer paulatinamente hasta volverse inelástico. La explicación de este fenómeno puede encontrarse en la creciente utilización de este combustible en generación eléctrica y en la formación de nuevos hábitos de consumo, estimulados por el crecimiento del producto interno bruto.

Estos resultados de inelasticidad a corto plazo concuerdan con los criterios de rigides e incertidumbre que justifican la utilización de modelos - con retardos sobre los cuales hablamos al comienzo de este estudio.

ELASTICIDADES A CORTO PLAZO (MODELO DE EXPECTATIVAS DE ADAPTACION)

AÑO	GASOLINA	DIESEL	RESIDUO	KEREX
70	0.5037	0.3717	0.3365	1.0164
72	0.4863	0.3454	0.3757	0.9671
74	0.4903	0.3309	0.4252	0.9736
76	0.3947	0.2925	0.375	0.6461
78	0.3452	0.2523	0.3282	0.5170
80	0.3068	0.2368	0.3053	0.4272
82	0.279	0.2252	0.2864	0.3641
84	0.2592	0.2161	0.2708	0.3181

CUADRO 6

Para el modelo de ajuste de stock, los parámetros de la ecuación estructural de demanda fueron estimados por el método de mínimos cuadrados (cuadros 7 y 8). Aún cuando los coeficientes de correlación son significativos y el estadístico de Durbin-Watson rechaza la correlación de los términos de perturbación, los resultados no son satisfactorios ya que la hipótesis nula, aplicada individualmente a cada uno de los parámetros se acepta en varios casos.

ESTIMACION DE PARAMETROS DE LA FUNCION DE DEMANDA

PARA EL MODELO DE AJUSTE DE STOCK

		Ao	A1	A2	A3
I	GASOLINA	- 732.05	43.49 (17.06)	1.28 (0.35)	- 0.397 (0.41
II	DIESEL	- 279.63	11.26 (11.18)	0.255 (0.42)	0.88 (0.64)
III	KEREX	- 485.03	17.17 (9.67)	1.28 (0.49)	0.44 (0.63)
IV	RESIDUO	- 432.13	21.44 (20.17)	0.938 (0.53)	- 0.097 (0.54)

CUADRO 7

PRUEBAS DE HIPOTESIS Y BONDAD DE AJUSTE

	R^2	D_W	"t" student			F
			A1	A2	A3	
I	0.995	2.32	2.02	3.59	- 0.95	351.3
II	0.989	2.72	0.53	0.596	1.37	160.77
III	0.983	1.91	1.776	2.57	- 0.7	99.3
IV	0.923	2.04	1.063	1.77	- 0.18	19.89

7.- APENDICE A

Consideremos la ecuación de la forma:

$$Y_t = a + b_o X_t + b_1 X_{t-1} + b_2 X_{t-2} + \dots + u_t; \qquad (A.1)$$

en donde:

a) X_t es una variable predeterminada;

b) Las u_t (t=1,2,...) son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuídas con esperanza matemática cero y varianza σ^2;

c) X_t se distribuye independientemente de las perturbaciones contemporáneas y de las perturbaciones sucesivas $u_t, u_{t+1}, \dots$;

d) Los coeficientes b_i, i=0,1,2,..., son todos del mismo signo y $\sum_{i=0}^{\infty} b_i < \infty$

Esta última restricción implica que un cambio finito de la variable independiente que persiste indefinidamente, trae consigo un cambio finito en la variable dependiente.

Teniendo en cuenta la condición d), la ecuación (A.1) se puede escribir en la forma siguiente:

$$Y_t = a + b.\left[C_o X_t + C_1 X_{t-1} + C_2 X_{t-2} + \dots\right] + u_t \;;$$

o en forma abreviada:

$$Y_t = a + b.\sum_i C_i X_{t-i} + u_t \qquad ; \qquad (A.2)$$

en donde:

$$C_i \geqslant 0; \qquad C_i = 1 \qquad \left(C_i = \frac{b_i}{\sum_i b_i}\right) \qquad (A.3)$$

En la expresión (A.2) los coeficientes C_i indican la influencia relativa de los diferentes valores retardados de X sobre la variable Y.

Las condiciones (A.3) sugieren el tratamiento de la sucesión C_i como una distribución de probabilidad. En efecto, si se define una variable aleatoria N, como una variable que exprese el número del retardo de la variable X, se tiene que:

$$P\left\{N=i\right\} = C_i, \qquad i=0,1,2,\dots \qquad (A.4)$$

Para la distribución (A.4) se tiene que la función generatriz:

$$F(z) = \sum_i C_i Z^i \qquad (A.5)$$

converge en el intervalo $|Z| \leq 1$.

Este tratamiento probabilístico de los coeficientes C_i posibilita analizar la forma de retardos y los parámetros con ellos asociados. Efectivamente, aún en el caso de que la sucesión $\{C_i\}$ presente una estructura complicada, la respectiva función generatriz en muchas ocasiones puede reducirse a una forma algebraíca sencilla, lo que permite obtener directamente los momentos de la distribución. Además, si en el modelo (A.1) se presentan varias variables con retardos, la convolución de las distribuciones de los retardos se obtienen fácilmente a partir de las funciones generatrices (5).

La esperanza matemática de la variable aleatoria N(A.4) no es sino el valor medio de los retardos (retardo medio)

$$E(N) = \sum_i i \cdot C_i = \left.\frac{dF(z)}{dz}\right|_{z=1} \qquad (A.6)$$

De manera similar se obtiene la varianza de la distribución de los retardos

$$Var(N) = \left[\frac{d^2F(z)}{dz^2} + \frac{dF(z)}{dz} - \left(\frac{dF(z)}{dz}\right)^2\right]_{z=1} \qquad (A.7)$$

En la ecuación (A.1) introducimos el operador de retardo L :

$$LX_t = X_{t-1}, \ldots, L^nX_t = X_{t-n}$$

entonces (A.1) se transforma en la expresión

$$Y_t = a + \left[b_o + b_1L + b_2L^2 + \ldots\right]X_t + u_t \qquad (A.8)$$

o en forma abreviada

$$Y_t = a + bF(L)X_t + u_t \qquad (A.9)$$

Si suponemos que la función generatriz (A.5) es una función racional , entonces se tiene que F(L) puede expresarse en la forma:

$$F(L) = \frac{W(L)}{V(L)}; \qquad (A.10)$$

en donde, W(L) y V(L) son polinomios de grado m y n respectivamente.

Sea por definición $L^nK = K$, $n=1,2,\ldots$; en donde K es una constante. Entonces (A.9) se escribe:

$$Y(L)Y_t = aV(1) + bW(L)X_t + V(L)U_t, \qquad (A.11)$$

b.- Veamos el caso cuando:

$$W(L) = b; \quad V(L) = 1 - cL - dL^2$$

Hay que anotar que en la práctica es de interés considerar los casos en que V(L) es un polinomio de grado inferior a 3, ya que polinomios de grado superior conducen a estimaciones de cinco o más parámetros.

Para este caso la expresión (A.9) toma la forma:

$$Y_t = a + \frac{b}{1-cL-dL^2} X_t + u_t \; ; \qquad (A.19)$$

que corresponde a un modelo autoregresivo de segundo orden:

$$Y_t = A_o + A_1 X_t - A_2 Y_{t-1} - A_3 Y_{t-2} + v_t \qquad (A.20)$$

De esta manera se ha obtenido una ecuación similar a la expresión (3.6) salvo en el término aleatorio.

La ecuación característica asociada a la ecuación en diferencias (A.20) es:

$$Z^2 - cZ - d = 0 \qquad (A.21)$$

Para que se cumplan las condiciones de convergencia y no negatividad de $(a - cL - dL^2)^{-1}$ debe tenerse que:

1) $c^2 \geqslant - 4d$
2) $0 < c < 2$
3) $-1 < d < 1$
4) $1 - c - d > 0$

o en una forma más explícita:

$$Y_t+v_1Y_{t-1}+\ldots+v_nY_{t-n} = aV(1)+b(W_0X_t+W_1X_{t-1}+\ldots+W_mX_{t-m}) + V(L)u_t \qquad (A.12)$$

en donde por comodidad se ha tomado $v_o=1$.

Para que la ecuación en diferencias (A.12) tenga una solución acotada, cualesquiera que sean las condiciones iniciales, es condición necesaria y suficiente que las raíces de la ecuación característica asociada a esta ecuación en diferencias, o sea:

$$Z^n + v_1Z^{n-1} +\ldots+ v_n=0 \qquad (A.13)$$

sean por módulo menores que la unidad (6). Sin embargo, para el modelo de retardos distribuídos que estamos considerando, además es necesario que $v^{-1}(L)$ sea convergente y no negativo (4), lo que implica una restricción más fuerte sobre las raíces de la ecuación característica asociada $V(Z^{-1})=0$ esto es, que por lo menos una de las raíces sea positiva.

A continuación consideraremos dos casos particulares para las funciones V(L) y W(L) que conducen a los dos modelos estudiados anteriormente.

a.- Sea : $W(L) = (1-\lambda)^r$ y $V(L) = (1-\lambda L)^r$ (A.14)

En este caso la ecuación con retardos escalonados toma la forma:

$$Y_t = a + b\cdot\sum_{i=0}^{\infty}\binom{r+i-1}{i}(1-\lambda)^r\lambda^i X_{t-1} + u_t \qquad (A.15)$$

Esta última expresión corresponde a la distribución de retardos de Pascal (3), donde: r es un número positivo y λ un parámetro por estimarse. Si r=1 se obtiene la distribución de las retardos geométricos:

$$Y_t=a + b(1-\lambda)\sum_{i=0}^{\infty}\lambda^i X_{t-i} + u_t \qquad (A.16)$$

para este caso se tiene:

$$C_i = (1-\lambda)\lambda^i \quad , \quad i=0,1,2,\ldots;$$

La función generatriz de la sucesión C_i es:

$$F(Z) = \sum_i (i-\lambda)\lambda^i Z^i = \frac{1-\lambda}{1-\lambda Z};$$

y por consiguiente el retardo medio se obtiene

$$E(N) = \frac{d}{dz}\left[\frac{1-\lambda}{1-\lambda Z}\right]_{Z=1} = \frac{\lambda}{1-\lambda} \qquad (A.17)$$

con una varianza

$$\mathrm{Var}\ (N) = \frac{\lambda}{(1-\lambda)^2} \qquad (A.18)$$

8.- APENDICE B

Elasticidades para el modelo de utilización de stock

La ecuación de estimación para este modelo es (3.6):

$$G_t = A_o + A_1X_t + A_2G_{t-1} - A_3G_{t-2} + u_t$$

Con ayuda del operador L podemos escribir:

$$(1-A_2L+A_3L^2)G_t = A_o + A_1X_t + u_t$$

Despejando de esta última expresión G_t obtenemos:

$$G_t = (1-A_2L+A_3L^2)^{-1} \cdot (A_o+A_1X_t+u_t)$$

Desarrollando $(1-A_2L+A_3L^2)$ en serie de Taylor y aplicando el operador L resulta que:

$$G_t = \frac{A_o}{1-A_2+A_3} + A_1 \cdot \sum_{r=0}^{\infty}\sum_{i=0}^{r} (-1)^i \binom{r}{i} A_2^{r-i} A_3^i \, X_{t-(r+i)} + \delta_t \qquad \text{(B.1)}$$

en donde $\delta_t = (1-A_2L+A_3L^2)^{-1} u_t$.

Por otro lado obtuvimos anteriormente que (3.2):

$$G_t^* = G_t - (1-K)G_{t-1}$$

Por consiguiente la elasticidad a corto plazo viene dada por:

$$e_c = \frac{X'}{G'}\left[\frac{\partial G_t^*}{\partial G_t}\cdot\frac{\partial G_t}{\partial X_t} + \frac{\partial G_t^*}{\partial G_{t-1}}\cdot\frac{\partial G_{t-1}}{\partial X_t}\right]_{X_t=X'}$$

A partir de (B.1) y (3.2) se calculan directamente las derivadas parciales indicadas y finalmente se obtiene:

$$e_c = \frac{X'}{G'} A_1 = b(1-\lambda)\frac{X'}{G'} \qquad \text{(B.2)}$$

Para el cálculo de las elasticidades a largo plazo la fórmula (3.8) puede escribirse como:

$$e_L = \frac{X'}{G'}\left[\sum_{r+i=0}^{\infty}\frac{\partial G_t^*}{\partial X_{t-r-i}}\right]_{X_t=X'} \qquad \text{(B.3)}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\sum_{r+i=0}^{\infty}\frac{\partial G_t^*}{\partial X_{t-r-i}} = \sum_{r+i=0}^{\infty}\frac{\partial G_t}{\partial X_{t-r-i}} - (1-K)\sum_{i+r=1}^{\infty}\frac{\partial G_{t-1}}{\partial X_{t-i-r}} = \frac{A_1}{1-A_2+A_3} - (1-K)\frac{A_1}{1-A_2+A_3}$$

Substituyendo esta última expreción en (B.3) finalmente se obtiene que:

$$e_L = \frac{K A_1}{1+A_2-A_3} \frac{X}{G'} = b\frac{X'}{G'} \qquad (B.4)$$

ELASTICIDADES PARA EL MODELO DE ESPECTATIVAS DE ADAPTACION

Introduciendo el operador de retardo, la ecuación de estimación para el modelo de espectativas adaptables se escribe:

$$G_t = \frac{1}{a-A_2L} \quad (A_o + A_1X_t + u_t)$$

Desarrollando en serie el operador $(1-A_2L)^{-1}$ se obtiene:

$$G_t = \sum_{i=0}^{\infty} A_2^i \, L^i \; (A_o + A_1X_t + u_t);$$

o también:

$$G_t = \frac{A_o}{1-A_2} + A_1 \sum_{i=0}^{\infty} A_2^i \, X_{t-i} + \sum_{i=0}^{\infty} A_2^i . u_{t-i};$$

de donde se obtiene que:

$$\frac{\partial G_t}{\partial X_t} = A1 = b(1-\lambda)$$

y

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\partial G_t}{\partial X_{t-i}} = A_1 \sum_{i=0}^{\infty} A_2^i = \frac{A_1}{1-A_2} = b$$

Substituyendo estas dos últimas expresiones en las ecuaciones de definición (3.7) y (3.8) se obtienen las fórmulas (4.8) y (4.9) para el cálculo de las elasticidades a corto y a largo plazo para el modelo de espectativas de adaptación.

9.-REFERENCIAS

1.- MALINVAUD, E.: "Métodos Estadísticos de la Econometría", Ed. Ariel, 1967.

2.- DAGUM, C.: "Oferta y Demanda de Energéticos en Mexico", El Trimestre Económico, UNAM; 1972.

3.- KMENTA, J.: "Elementos de Econometría", Ed. VICEN-VIVES, 1977.

4.- GRILICHES, Z.: "DISTRIBUTED LAGS: A SURVEY", Econométrica, 42; 1973.

5.- FELLER, W.: "TEORIA DE PROBABILIDADES", Ed. LIMUSA.

6.- ZELLNER, A.; GEISEL, M.: "Analysis of Distributed Lag Models with Applications to Consumption Function Estimation", Econometrica, 38; 1970.